Библиография статей по элементарной математике, опубликованных Долбней в трёх журналах, и новый каталог сводного собрания его работ по элементарной математике, составленный другим неустановленным автором.

О преобразованiи уравненiя 2-го порядка къ осямъ симетрiи // *Педагогическiй сборникъ.* — 1886. — № 6. — С. 532—540. 9-17

Изслѣдованiе свойствъ биквадратнаго трехчлена // *Педагогическiй сборникъ.* — 1886. — № 10. — С. 252—255. 23-26

Задачи по аналитической геометрiи для учениковъ VII класса кадетскаго корпуса // *Педагогическiй сборникъ.* — 1887. — № 1. С. 76, № 3. С. 238—239. 32,38-39

Изъ области элементарной математики // *Педагогическiй сборникъ.* — 1887. — № 8. — С. 124—127. 41-44

Изъ области элементарной математики // *Педагогическiй сборникъ.* — 1887. — № 9. — С. 228—232. 46-50

Замѣтка объ относительной величинѣ показателей преломленiя цвѣтныхъ лучей спектра // *Педагогическiй сборникъ.* — 1888. — № 2. — С. 189—191. 52-54

Определенiе minimum'а угла отклоненiя луча оптической призмой // *Педагогическiй сборникъ.* — 1888. — № 7. — С. 55—57. 57-59

Новое изложенiе общей теорiи безцентренныхъ кривыхъ 2-го порядка // *Педагогическiй сборникъ.* — 1889. — № 3. — С. 261—268. 65-72

Дополненiе къ школьной теорiи неопредѣленныхъ уравненiй // *Педагогическiй сборникъ.* — 1890. — № 3. — С. 281—283. 76-78

Замѣтка о непрерывныхъ дробяхъ // *Педагогическiй сборникъ.* — 1892. — № 3. — С. 312—314. 85-87

Замѣтка о нѣкоторыхъ основныхъ вопросахъ элементарной алгебры // *Педагогическiй сборникъ.* — 1892. — № 8. — С. 139—144. 93-98

Замѣтка по поводу столѣтняго юбилея Лобачевскаго // *Педагогическiй сборникъ.* — 1894. — № 7. — С. 53—61. 104-112

Объ основанiяхъ прямолинейной тригонометрiи // *Педагогическiй сборникъ.* — 1894. — № 12. — С. 496—501. 118-123

О необходимости пересмотра программъ преподаванiя космографiи въ кадетскихъ корпусахъ // *Педагогическiй сборникъ.* — 1895. — № 4. — С. 387—397. 129-139

Замѣтки учителя ариѳметики // *Педагогическiй сборникъ.* — 1895. — № 11. — С. 405—417. 145-157

Математическая географiя для среднихъ учебныхъ заведенiй. И. Долбня // *Педагогическiй сборникъ.* — 1896. — № 9. — С. 241—244. **полностью отсутствует**

Замѣтка объ умноженiя и дѣленiи дробей // *Педагогическiй сборникъ.* — 1896. — № 10. — С. 313—316. **полностью отсутствует**

Простѣйшiй способъ преобразованiя уравненiя 2-го порядка къ осямъ симметрiи // *Педагогическiй сборникъ.* — 1897. — № 4. — С. 419—420. 159-160

Замѣтка но теоретической ариѳметикѣ // *Педагогическiй сборникъ.* — 1897. — № 12. — С. 562—564. 162-164

Новое изложенiе теорiи поверхностей второго порядка безъ центра // *Извѣстiя С.-П.б.ской бiологической лабораторiи.* — 1898. — Томъ II, выпускъ 4. — С. 36—40. 166-170

Замѣтка по поводу одной тригонометрической теоремы // *Педагогическiй сборникъ.* — 1898. — № 3. — С. 268—270. 172-174

О наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ // *Педагогическiй сборникъ.* — 1898. — № 4. — С. 360—365. 176-181

Замѣтка о наименьшемъ кратномъ // *Педагогическiй сборникъ.* — 1898. — № 12. — С. 566—570. 183-187

Объ одной любопытной алгебраической задачѣ // *Педагогическiй сборникъ.* — 1899. — № 10. — С. 280—281. 193-194

Замѣтка о неопредѣленныхъ уравненiяхъ // *Педагогическiй сборникъ.* — 1899. — №

12. — С. 518—520. 200-202

Объ одномъ важномъ случаѣ разрѣшимости уравненія 4-ой степени // *Педагогическій сборникъ.* — 1900. — № 8. — С. 134—138. 206-210

Замѣтка о разложеніи многочленовъ на множители // *Педагогическій сборникъ.* — 1901. — № 8. — С. 129—131. **полностью отсутствует**

Нѣсколько словъ по одному изъ самыхъ важныхъ вопросовъ ариѳметики // *Педагогическій сборникъ.* — 1902. — № 10. — С. 225—229. **полностью отсутствует**

Объ алгебраическомъ рѣшеніи уравненій // *Физико-математическій ежегодникъ.* — 1902. — С. 22—36. **частично отсутствует** 214-215

Иванъ Петровичъ Долбня. Некрологъ // *Педагогическій сборникъ.* — 1912. — № 3. — С. 397—401. **полностью отсутствует**

Иванъ Петровичъ Долбня. (Изъ воспоминаній воспитателя) // *Педагогическій сборникъ.* — 1912. — № 4. — С. 513—516. **полностью отсутствует**

Статьи по элементарной математикѣ.

1) «Изслѣдованіе свойствъ биквадратнаго трехчлена». (Педагогическій Сборникъ военныхъ учебныхъ заведеній, 1886).

2) «О преобразованіи уравненія 2-го порядка къ осямъ симметріи». (Тамъ же).

3) «Задачи по аналитической геометріи», (Тамъ же, 1887).

4) «Нахожденіе наибольшихъ и наименьшихъ величинъ квадратнаго многочлена съ двумя перемѣнными». (Тамъ же, 1887).

5) «Общій элементарный пріемъ розысканія наибольшихъ и наименьшихъ величинъ квадратнаго многочлена съ неограниченнымъ числомъ перемѣнныхъ. (Тамъ же, 1887).

6) «Опредѣленіе minimum'а угла отклоненія луча оптической призмой. (Педагогическій сборникъ, 1888).

7) «Замѣтка объ относительной величинѣ показателей преломленія цвѣтныхъ лучей спектра». (Тамъ же).

8) «Новое изложеніе общей теоріи безцентренныхъ кривыхъ 2 порядка». (Тамъ же, 1889 г.).

9) «Дополненіе къ школьной теоріи неопредѣленныхъ уравненій». (Тамъ же, 1890) г.).

10) «Замѣтка о нѣкоторыхъ основныхъ вопросахъ элементарной алгебры». (Тамъ же, 1892 г.).

11) «Замѣтка о непрерывныхъ дробяхъ». (Тамъ же).

12) «Замѣтка по поводу столѣтняго юбилея Лобачевскаго». (Тамъ же, 1894 г.).

13) «Объ основаніяхъ прямолинейной тригонометріи». (Тамъ же).

14) «Замѣтки учителя ариѳметики». (Тамъ же, 1895 г.).

15) «О необходимости пересмотра программы преподаванія космографіи въ кадетскихъ корпусахъ». (Тамъ же).

16) «Замѣтка объ умноженіи и дѣленіи дробей». (Тамъ же, 1896 г.).

17) «Замѣтка по теоретической ариѳметикѣ». (Педагогическій сборникъ, 1897).

18) «Простѣйшій способъ преобразованія уравненія 2-го порядка къ осямъ симметріи». (Тамъ же).

19) «Новое изложеніе теоріи поверхностей второго порядка безъ центра». (Извѣстія СПБ. біологической лабораторіи, 1898 г.).

20) «О наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ». (Педагогическій сборникъ, 1898).

21) «Замѣтка по поводу одной тригонометрической теоремы». (Тамъ же).

22) «Замѣтка о наименьшемъ кратномъ». (Тамъ же).

23) «Объ одной любопытной алгебраической задачѣ». (Тамъ же, 1899 г.).

24) Замѣтка о неопредѣленныхъ уравненіяхъ. (Тамъ же).

25) «Объ одномъ важномъ случаѣ разрѣшимости уравненія четвертой степени». (Педагогическій сборникъ, 1900).

26) «О разложеніи многочлена на множителей». (Педагогическій сборникъ, 1901 г.).

27) «О рѣшеніи алгебраическихъ уравненій». (Физико-Математическій ежегодникъ 1902 г.).

28) «Нѣсколько словъ по одному изъ самыхъ важныхъ вопросовъ ариѳметики». (Педагогическій сборникъ, 1902).

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ

СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

ІЮНЬ, 1886.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин., 7.
1886

Іюнь, 1886 годъ.

СОДЕРЖАНІЕ:

ЧАСТЬ ОФИЦІАЛЬНАЯ.

стр.

Высочайшій смотръ въ Москвѣ и посѣщеніе Ихъ Императорскими Величествами 3-го, Александровскаго, военнаго училища : 75

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Изъ теоретической педагогики. **Н. Завьялова** . . . 509

Игры въ англійскихъ школахъ и у насъ **И. Я. Герда.** 525

О преобразованіи уравненій 2 порядка къ осямъ симметріи. **И. Д—ня.** 532

Матеріалы для школьнаго репертуара: Гоголь. Пушкинъ. 541

Изъ записной книжки редакціи. Высшія городскія школы и гимназіи въ Голландіи. 547

Для библіографическихъ справокъ 558

Въ Приложеніи: 1) Оглавленіе II тома Пед. Сб. 1886 г. (Неофиц. часть первыхъ шести №№).

2) Областные педагогическіе музеи. **Вс. Коховскаго.** Листы 2, 3 $1/8$ (окончаніе).

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ

СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

ІЮНЬ, 1886.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин., 7.
1886.

ТИПОГРАФІЯ
М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 2 Л. 7

1263

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Изъ теоретической педагогики *).

Та эпоха въ жизни человѣка, когда начинаютъ въ немъ формироваться *идеи*,—составляетъ вмѣстѣ съ тѣмъ и эпоху высшаго нравственнаго развитія, или нравственной силы. Въ это именно время находятъ свое примѣненіе или осуществленіе въ жизни тѣ чувства, которыя составляютъ высшій отдѣлъ чувствъ гуманныхъ, обозначенныхъ нами прежде именемъ *доброты*. Такъ какъ въ результатѣ всѣхъ этихъ силъ, ихъ равнодѣйствующею, является то именно, что называемъ мы нравственнымъ характеромъ, — то прежде чѣмъ говорить о характерѣ вообще, мы займемся анализомъ нѣкоторыхъ изъ этихъ чувствъ, именно важнѣйшихъ, отъ которыхъ въ зависимости является и сила характера. Предварительно только считаемъ нужнымъ сказать, что въ разсмотрѣніи чувствъ этого отдѣла мы больше будемъ имѣть въ виду такъ называемый возрастъ юности или мужества, чѣмъ дѣтства. На это имѣемъ мы двѣ причины: 1) въ этомъ возрастѣ съ большею рельефностью и опредѣленностью обнаруживаются вообще истинно гуманныя стороны человѣческаго характера; 2) что нравственный характеръ является уже плодомъ, конечною цѣлію въ развитии тѣхъ началъ, которыя

*) Лекція 10. См. Пед. Сб. № 5.

О преобразованіи уравненія 2-го порядка къ осямъ симетріи.

§ 1. Нижеслѣдующій способъ преобразованія уравненія 2-го порядка не требуетъ запоминанія длинныхъ формулъ, ведетъ къ легчайшему рѣшенію многихъ важныхъ вопросовъ и даетъ возможность разнообразить практическія упражненія учащихся.

Возьмемъ уравненіе 2-го порядка.

$$2x^2 + 4xy - y^2 - 8x - 2y - 11 = 0. \quad (1)$$

Координаты центра опредѣляются, какъ извѣстно, изъ двухъ уравненій.

$$4x + 4y - 8 = 0, \text{ или } x + y - 2 = 0$$

и

$$4x - 2y - 2 = 0, \text{ или } 2x - y - 1 = 0,$$

откуда находимъ

$$x = 1, \; y = 1.$$

Ищемъ теперь уравненія осей симетріи. Такъ какъ оси симетріи проходятъ черезъ центръ, то уравненія ихъ будутъ

$$y - 1 = \operatorname{tg}\theta . \, (x - 1)$$

и

$$y - 1 = - \operatorname{Cotg}\theta . \, (x - 1),$$

гдѣ для нахожденія $\operatorname{tg}\theta$ имѣемъ уравненіе

$$\operatorname{tg}2\theta = \frac{B}{A - C} = \frac{4}{3},$$

или

$$\frac{2tg\theta}{1-tg^2\theta}=\frac{4}{3},$$

или

$$tg^2\theta+\frac{3}{2}tg\theta-1=o,$$

откуда

$$tg\theta=\frac{-3\pm5}{4},$$

слѣдовательно

$$tg\theta=\frac{1}{2},\ Cotg\theta\ =2,$$

слѣдовательно, оси симетріи опредѣляются уравненіями

$$x-2y+1=0 \text{ и } 2x+y-3=0.$$

Первая ось наклонена къ оси x-въ подъ острымъ угломъ; беру ее за новую ось x-въ. Называя новыя перемѣнныя координаты черезъ ζ и η, по извѣстной теоремѣ, имѣемъ

$$\zeta=\frac{2x+y-3}{\pm\sqrt{5}},\ \eta=\frac{x-2y+1}{\pm\sqrt{5}}.$$

Но извѣстно, что, если оси координатъ совпадаютъ съ осями симетріи; то уравненіе имѣетъ форму

$$M\zeta^2+N\eta^2+P=o,$$

т.-е.

$$M(2x+y-3)^2+N(x-2y+1)^2+5P=0 \quad (2)$$

По причинѣ тождественности (1) и (2) имѣю три уравненія

$$4M+N=2$$
$$M+4N=-1$$
$$9M+N+5P=-11.$$

Рѣшая эти уравненія, находимъ

$$M=\frac{3}{5},\ N=-\frac{2}{5},\ P=-\frac{16}{5},$$

а потому преобразованное уравненіе будетъ

$$3x^2-2y^2=16.$$

Примѣръ 1. Дано уравненіе

$$x^2 - 3xy - 3y^2 + x + 9y - 17 = 0.$$

Оси симетріи суть

$$3x - y - 2 = 0;\ x + 3y - 4 = 0;$$

Данное уравненіе принимаетъ форму

$$M(x + 3y - 4)^2 + N(3x - y - 2)^2 + 10\,P = 0;$$

M, N и P опредѣляются изъ уравненій

$$M + 9N = 1,$$
$$9M + N = -3,$$
$$16M + 4N + 10P = 17,$$

значитъ

$$M = -\frac{7}{20},\ N = \frac{3}{20},\ P = -\frac{6}{5},$$

слѣдовательно, преобразованное уравненіе будетъ

$$-\frac{7}{20}x^2 + \frac{3}{20}y^2 - \frac{6}{5} = 0,$$

или

$$3y^2 - 7x^2 = 24.$$

Примѣръ 2. Дано уравненіе

$$4x^2 + 12xy - y^2 - 20x - 8y - 20 = 0.$$

Преобразованное уравненіе будетъ

$$8x^2 - 5y^2 = 33.$$

Примѣръ 3. Дано уравненіе

$$8x^2 - 12xy + 3y^2 - 28x - 18y = 0.$$

Преобразованное уравненіе будетъ

$$12x^2 - y^2 = 23.$$

§ 2. Чтобы разобрать вопросъ въ обратномъ порядкѣ, предложимъ себѣ такую задачу:

Дана гипербола, отнесенная къ осямъ симетріи,

$$3\eta^2 - 7\zeta^2 = 24.$$

Если взять новыя координатныя оси, то оси симетріи опредѣляются уравненіями

$$3x - y - 2 = 0,\ x + 3y - 4 = 0.$$

Найти уравненіе данной гиперболы, относя ее къ вновь избраннымъ осямъ координатъ.

Рѣшеніе. Имѣемъ

$$\zeta = \frac{x + 3y - 4}{\pm\sqrt{10}},\ \eta = \frac{3x - y - 2}{\pm\sqrt{10}}.$$

Уравненіе кривой будетъ

$$3(3x - y - 2)^2 - 7(x + 3y - 4)^2 - 240 = 0,$$

или

$$x^2 - 3xy - 3y^2 + x + 9y - 17 = 0.$$

§ 3. Фокусы и директрисы. Одинъ изъ наиболѣе любопытныхъ вопросовъ теоріи кривыхъ 2-го порядка состоитъ въ разысканіи координатъ фокусовъ и уравненій директрисъ. Предлагаемъ нѣсколько примѣровъ этого рода.

Примѣръ 1. Дана кривая 2-го порядка.

$$2x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y - 1 = 0.$$

Найти координаты фокусовъ и уравненіе директрисъ.

Приводя, по § 2, это уравненіе къ каноническому виду, находимъ:

1) Координаты центра 1 и 1, что выразимъ такъ C (1, 1);

2) Уравненія осей симетріи

$$x - y = 0,\ x + y - 2 = 0;$$

3) Уравненіе кривой

$$x^2 + 3y^2 = 3,$$

или

$$\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{1} = 1,$$

слѣдовательно постоянныя уравненія эллипса суть,

$$a^2 = 3,\ b^2 = 1,\ c^2 = 2,\ c = \pm\sqrt{2}.$$

Называя координаты фокуса черезъ α и β, имѣемъ

$$(\alpha - 1)^2 + (\beta - 1)^2 = 2\ \ldots (1).$$

Кромѣ того оба фокуса лежатъ на прямой $x - y = 0$, слѣд. имѣемъ

$$\alpha - \beta = 0\ \ldots (2)$$

Рѣшая (1) и (2) совмѣстно, получимъ

$$\alpha_1 = 2,\ \alpha_2 = 0,\ \beta_1 = 2,\ \beta_2 = 0.$$

Фокусы опредѣляются координатами F (2,2), F_1 (0,0).

Приступаю къ опредѣленію уравненій директрисъ. Онѣ параллельны прямой $x + y - 2 = 0$, слѣд. уравненіе ихъ будутъ вида

$$x + y + p = 0,$$

гдѣ p опредѣлится изъ условія, что длина перпендекуляра, опущеннаго изъ центра C (1,1) на директрису равна

$$\frac{a^2}{c} = \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

Съ другой стороны

$$\frac{a^2}{c} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{x + y + p}{\pm\sqrt{2}},$$

гдѣ вмѣсто x и y надо подставить координаты центра C (1,1), слѣд.

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \pm\frac{2 + p}{\sqrt{2}},$$

слѣд.

$$p + 2 = \pm 3,$$

откуда

$$p_1 = 1,\ p_2 = -5.$$

Получаемъ поэтому сразу двѣ директриссы

$$x + y + 1 = 0,\ x + y - 5 = 0;$$

Первая соотвѣтствуетъ фокусу F′ (0,0), а вторая F (2,2).

Примѣръ 2. Дана кривая 2-го порядка

$$2x^2 - 6xy + 10y^2 + 2x - 14y - 5 = 0.$$

Координаты фокусовъ будутъ

$$F(4,2);\ F'(-2,0).$$

Директриссы суть

$$3x + y + 7 = 0$$
$$3x + y - 15 = 0.$$

§ 4. Ассимптоты. Дана кривая 2-го порядка

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \ (1).$$

Относя ее къ центру, получимъ

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + F' = 0 \ (2),$$

а координаты центра удовлетворяютъ уравненіямъ

$$2A\alpha + B\beta + D = 0 \ (III)$$
$$B\alpha + 2C\beta + E = 0 \ (IV).$$

Ассимптоты проходятъ черезъ центръ, который для 2-го уравненія есть начало координатъ, а потому уравненія ассимптотъ заключается въ формѣ

$$y = mx \ (3).$$

Рѣшая совмѣстно (2) и (3) получимъ уравненіе

$$(A + Bm + Cm^2)x^2 + F' = 0,$$

котораго оба корня равны ∞, а потому

$$A + Bm + Cm^2 = 0,$$

откуда, по свойству корней полнаго квадратнаго уравненія, имѣемъ

$$m_1 + m_2 = -\frac{B}{C},\ m_1 m_2 = \frac{A}{C}.$$

Уравненіе пары ассимптотъ будетъ

$$(y - m_1 x)(y - m_2 x) = 0,$$

или

$$y^2 - (m_1 + m_2)xy + m_1 m_2 x^2 = 0.$$

или

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 = 0.$$

Для перехода къ даннымъ осямъ должны x и y замѣнить черезъ $x - \alpha$ и $y - \beta$; получимъ

$$A(x-\alpha)^2 + B(x-\alpha)(y-\beta) + C(y-\beta)^2 = 0,$$

или

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 - (2A\alpha + B\beta)x - (B\alpha + 2C\beta)y + P = 0,$$

гдѣ P постоянное число; или, замѣчая, что, по уравн. (III и IV),

$$-(2A\alpha + B\beta) = D,$$
$$-(B\alpha + 2C\beta) = E,$$

имѣемъ

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + P = 0.$$

Отсюда имѣемъ теорему:

Уравненіе пары ассимптотъ отличается отъ уравненія гиперболы только извѣстнымъ членомъ.

Примѣръ 1. Дана кривая 2-го порядка

$$x^2 + 3xy + 2y^2 - 5x - 7y - 19 = 0.$$

Найти уравненіе ассимптотъ.

Центръ опредѣляется координатами C(1,1).

Уравненіе пары ассимптотъ будетъ

$$x^2 + 3xy + 2^2y - 5x - 7y + F = 0. \quad (1)$$

Ассимптоты проходятъ черезъ центръ C(1,1), а потому изъ уравненія (1) получаемъ тождественно $F = 6$, слѣд. уравненіе ассимптотъ есть

$$x^2 + 3xy + 2y^2 - 5x - 7y + 6 = 0,$$

или

$$x^2 - (5 - 3y)x + (2y^2 - 7y + 6) = 0,$$

откуда

$$x = \frac{5 - 3y \pm \sqrt{(5-3y)^2 - 4(2y^2 - 7y + 6)},}{2},$$

или

$$x = \frac{5 - 3y \pm (y - 1)}{2};$$

ассимптоты суть

$$1)\ 2x + 2y = 4, \text{ или } x + y = 2,$$
$$2)\ 2x + 4y = 6, \text{ или } x + 2y = 3.$$

Примѣръ 2. Дана гипербола

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 4x - 10 = 0. \quad (1)$$

Уравненіе пары ассимптотъ отличается отъ уравненія гиперболы послѣднимъ членомъ, слѣд. будетъ вида

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 4x + F = 0, \ldots . \quad (2)$$

гдѣ F вычислю, для разнообразія, независимо отъ нахожденія координатъ центра. Легко понять, что F должно быть выбрано подъ условіемъ, что ур. (2) выражаетъ не коническое сѣченіе, а пару прямыхъ. Изъ уравненія (2) имѣемъ

$$y = x \pm \sqrt{x^2 + 3x^2 - 4x - F}.$$

Подъ радикаломъ долженъ быть точный квадратъ, т.-е. должно имѣть мѣсто равенство $B^2 - 4AC^2 = 0$, или, въ данномъ случаѣ, $16 + 16F = 0$, откуда $F = -1$, слѣд. ассимптоты суть

$$y = -x + 2x - 1, \quad y = -x - 2x + 1,$$

или

$$x - y - 1 = 0, \quad 3x + y - 1 = 0.$$

§ 5. Въ тѣсной связи съ вопросомъ о нахожденіи уравненій ассимптотъ находится выводъ условія, необходимаго и достаточнаго, чтобы общее уравненіе 2-го порядка

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (1)$$

выражало пару прямыхъ, или, выражаясь языкомъ алгебраическимъ, чтобы уравненіе (1) разлагалось на два линейныхъ множителя.

Для удовлетворенія требуемому условію, надо, чтобы послѣдній членъ F обладалъ свойствами послѣдняго члена въ уравненіи пары ассимптотъ.

Называя координаты центра черезъ α и β, имѣемъ

$$2A\alpha + B\beta + D = 0 \quad (2)$$
$$B\alpha + 2C\beta + E = 0 \quad (3)$$

и еще

$$A\alpha^2 + B\alpha\beta + C\beta^2 + D\alpha + E\beta + F = 0,$$

или

$$2A\alpha^2 + 2B\alpha\beta + 2C\beta^2 + 2D\alpha + 2E\beta + 2F = 0,$$

или

$$(2A\alpha + B\beta + D)\,\alpha + (B\alpha + 2C\beta + E)\,\beta + D\alpha + E\beta + 2F = 0,$$

что, по силѣ ур. (2) и (3), даетъ уравненіе (4) $D\alpha + E\beta + 2F = 0$.

Уравненія (2), (3), (4) существуютъ вмѣстѣ, а потому опредѣлитель, составленный изъ ихъ коефиціентовъ, долженъ обратиться въ нуль т.-е.

$$\begin{vmatrix} 2A, & B, & D \\ D, & E, & 2F \\ B, & 2C, & E \end{vmatrix} = 0.$$

Опредѣлитель этотъ носитъ названіе *дискриминанта*. Пользуясь этимъ терминомъ, имѣемъ теорему:

Теорема. *Чтобы общее уравненіе 2-го порядка выражало пару прямыхъ, необходимо и достаточно, чтобы его дискриминантъ обратился въ нуль.*

И. Д — ня.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ
СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

ОКТЯБРЬ, 1886.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин., 7.
1886

Октябрь, 1886 годъ.

СОДЕРЖАНІЕ:

ЧАСТЬ ОФИЦІАЛЬНАЯ.

стр.

Приказъ по военному вѣдомству 87

Циркуляръ Главнаго штаба 98

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Къ вопросу о границахъ между словесностью устной, или народной—и письменной, или литературной **Н. П. Завьялова** 221

Теорія и практика преподаванія, по ученію Гербатовской школы въ педагогикѣ. Оконч. **Н. Н. Запольскаго**. . 241

Изслѣдованіе свойствъ биквадратнаго трехчлена. **И. Д-я** . 252

Листки изъ памятной книжки преподавателя русскаго языка. Пейзажъ и ландшафтъ въ поэзіи и стихотвореніяхъ. **С. Я** 256

Критика и библіографія. Обзоръ дѣтскихъ книгъ за 1885 г. **М. В. Соболева** 267

Изъ записной книжки редакціи: По поводу совѣщаній нѣмецкихъ филологовъ въ Гиссенѣ (296). Учебно-ботаническій садъ въ Берлинѣ (304). Бюллетени о дѣтскихъ книгахъ (306). Дѣтскій трудъ 307

Объявленія. 311

Приложеніе. Краткій обзоръ дѣятельности Педагогическаго музея за 1885—86 уч. годъ. **Вс. П. Коховскаго.** Л. 4 и 5-й.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

ОКТЯБРЬ, 1886.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин., 7.
1886.

ТИПОГРАФІЯ
М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 2 Л. 7
1293

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Къ вопросу о границахъ между словесностью устной, или народной, и письменной, или литературной.

Извѣстно, что преподаваніе древнѣйшаго періода русской словесности, именно, словесности устной, или народной—вошло, сравнительно говоря, недавно въ программу преподаванія этого предмета; до шестидесятыхъ годовъ—этого отдѣла въ преподаваніи почти не существовало или, по крайней мѣрѣ, было явленіемъ весьма рѣдкимъ. Да оно и понятно: еще критика времени Бѣлинскаго въ произведеніяхъ народной словесности не видѣла ничего серьезнаго, ничего, кромѣ дѣтскаго лепета, содержаніемъ котораго являлась грубая сила, безцѣльная удаль, дикіе идеи и образы и т. п. Если сборники народныхъ пѣсенъ и стали появляться съ конца XVIII вѣка (Чулкова, Попова, Макарова), то собиратели ихъ стыдились еще представить публикѣ народныя пѣсни въ настоящемъ ихъ видѣ и считали нужнымъ ихъ передѣлывать и подкрашивать. Болѣе серьезное отношеніе къ изданію и разработкѣ народныхъ произведеній оказала партія такъ называемыхъ славянофиловъ, а настоящую свою оцѣнку получили народныя произведенія развѣ только въ послѣднія 25—30 лѣтъ, со времени изданія русскихъ сказокъ Аѳанасьева и съ появленія научныхъ изслѣдованій народныхъ произведеній Буслаева, Афанасьева, Тихонравова, Пыпина и другихъ.

Изслѣдованіе свойствъ биквадратнаго трехчлена.

1.

Намъ кажется, что идею о перемѣнныхъ количествахъ слѣдуетъ сообщать учащимся какъ можно раньше. Въ самомъ близкомъ будущемъ преподаватели обратятъ вниманіе на возможно большее сближеніе элементарнаго курса математики съ высшимъ. Въ этомъ направленіи уже сдѣлано много попытокъ, и самая важная изъ нихъ заключается въ начинающейся детальной обработкѣ, въ педогогическомъ отношеніи, ученія о наибольшихъ и наименьшихъ значеніяхъ нѣкоторыхъ простѣйшихъ алгебраическихъ количествъ.

Нижеслѣдующая замѣтка имѣетъ цѣлью дать примѣръ подобнаго изслѣдованія, — примѣръ тѣмъ болѣе заслуживающій вниманія, что здѣсь устанавливается связь между двумя важными и мало обработанными вопросами элементарной алгебры: ученія о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ и изслѣдованія уравненій въ отношеніи ихъ способности, при извѣстныхъ условіяхъ, удовлетворяться дѣйствительными или мнимыми величинами.

2.

Возьмемъ биквадратный трехчленъ

$$y = x^2 + px + q \ldots (1),$$

гдѣ x — перемѣнная, неограниченная никакими условіями, т.-е.,

способная принимать всѣ вещественныя значенія отъ $-\infty$ до $+\infty$. Разсмотримъ два случая: 1) когда $p>0$ и 2) когда $p<0$.

Въ первомъ случаѣ, съ возрастаніемъ x, въ положительномъ или отрицательномъ направленіи до безконечности, y возрастаетъ до $+\infty$, а потому трехчленъ не имѣетъ maximum, а minimum пріобрѣтаетъ при $x=0$; численная величина этого minimum'а, которую впередъ мы будемъ обозначать буквою N, опредѣляется формулою

$$N=q.$$

Если $q>0$, то y не можетъ обратиться въ нуль ни при какихъ дѣйствительныхъ значеніяхъ x, а потому всѣ четыре корня биквадратнаго уравненія

$$x^4+px^2+q=0\dots\ (2)$$

должны быть мнимые.

Если $q<0$, то y, обращаясь, съ одной стороны, въ $+\infty$, съ другой стороны въ $q<0$, долженъ проходить черезъ нуль, а потому уравненіе (2) имѣетъ, по крайней мѣрѣ, одинъ вещественный корень. Называя этотъ корень черезъ α, нетрудно видѣть, что, если уравненію (2) удовлетворяетъ рѣшеніе $x=\alpha$, то ему удовлетворитъ рѣшеніи $x=-\alpha$.

Поэтому полиномъ (1) дѣлимъ на произведеніе биномовъ $(x-\alpha)\ (x+\alpha)=x^2-\alpha^2$. Совершая это дѣленіе, находимъ въ частномъ $x^2+p+\alpha$, а въ остаткѣ

$$\alpha^4+p\alpha^2+q=0,\ \text{слѣд.}$$

$$y=(x^2-\alpha^2)\ (x^2+p+\alpha)$$

Отсюда видно, что два другіе корня уравненія (2) заключаются въ формулѣ

$$x=\pm\sqrt{-p-\alpha^2};$$

корни эти, очевидно, мнимые.

Разсмотримъ теперь *второй случай* — когда $p < 0$. Тогда $y - ky$ даетъ форму

$$y = \left(x^2 + \frac{p}{2}\right)^2 + \left(q - \frac{p^2}{4}\right),$$

изъ которой видно, что y maximum'а не имѣетъ, а *minimum* допускаетъ при $x^2 + \frac{p}{2} = 0$, т.-е. при $x = \pm\sqrt{-\frac{p}{2}}$; численная величина *minimum'a* опредѣляется формулою

$$N = q - \frac{p^2}{4}.$$

Если $N = q - \frac{p^2}{4} > 0$, то уравненіе (2) не можетъ имѣть дѣйствительныхъ корней, ибо y не можетъ быть меньше своего *minimum'a*. Сосредоточимъ поэтому вниманіе на разсмотрѣніи второго случая,—когда $q^2 - \frac{p^2}{4} < 0$. Заставимъ x непрерывно возрастать отъ $-\infty$ до $+\infty$, подраздѣливши это возрастаніе на четыре періода: 1) x измѣняется отъ $-\infty$ до $-\sqrt{-\frac{p}{2}}$, 2) x измѣняется отъ $-\sqrt{-\frac{p}{2}}$ до нуля, 3) отъ нуля до $+\sqrt{-\frac{p}{2}}$, 4) отъ $+\sqrt{-\frac{p}{2}}$ до $+\infty$.

Въ первомъ періодѣ полиномъ y убываетъ отъ $+\infty$ до минимума, который опредѣляется неравенствомъ $N = q - \frac{p^2}{4} < 0$, а потому y разъ обращается въ нуль, значитъ уравненіе (2) въ этомъ періодѣ имѣетъ одинъ дѣйствительный корень. Во-второмъ періодѣ y измѣняется отъ N до q. Слѣдовательно, возможны два случая: 1) когда $q > 0$, тогда y мѣняетъ знакъ и уравненіе (2) имѣетъ дѣйствительный корень во второмъ періодѣ, и 2) когда $q < 0$, тогда y знака не мѣняетъ, и уравненіе (2) не имѣетъ дѣйствительнаго корня въ разсматриваемомъ періодѣ.

Въ третьемъ періодѣ тоже возможны два случая: когда $q > 0$ уравненіе (2) имѣетъ корень и когда $q < 0$ уравненіе (2) дѣйствительнаго корня не имѣетъ.

Наконецъ, въ четвертомъ періодѣ y измѣняется отъ $N = q - \frac{p^2}{4} < 0$ до $+\infty$, слѣдовательно, уравненіе (2) въ этомъ періодѣ всегда имѣетъ дѣйствительный корень.

Измѣненіе y съ измѣненіемъ x наглядно представляется въ слѣдующихъ двухъ строкахъ.

$$x = -\infty \ldots -\sqrt{-\frac{p}{2}} \ldots 0 \ldots +\sqrt{-\frac{p}{2}} \ldots +\infty$$
$$y = +\infty \ldots\ldots\ldots N \ldots\ldots q \ldots\ldots\ldots N \ldots\ldots +\infty.$$

Сдѣланное изслѣдованіе даетъ возможность построить такую таблицу.

Таблица изслѣдованія.

I $p > 0$ | 1) $q > 0$. 4 корня мнимые
| 2) $q < 0$. 2 корня дѣйствительные и 2 мнимые.

II $p < 0$ | 1, $N = q - \frac{p^2}{4} > 0$. 4 корня мнимые.
| 2, $N = q - \frac{p^2}{4} < 0$ | а) $q > 0$. 4 корня дѣйствит.
| б) $q < 0$. 2 корня дѣйст. и 2 мн.

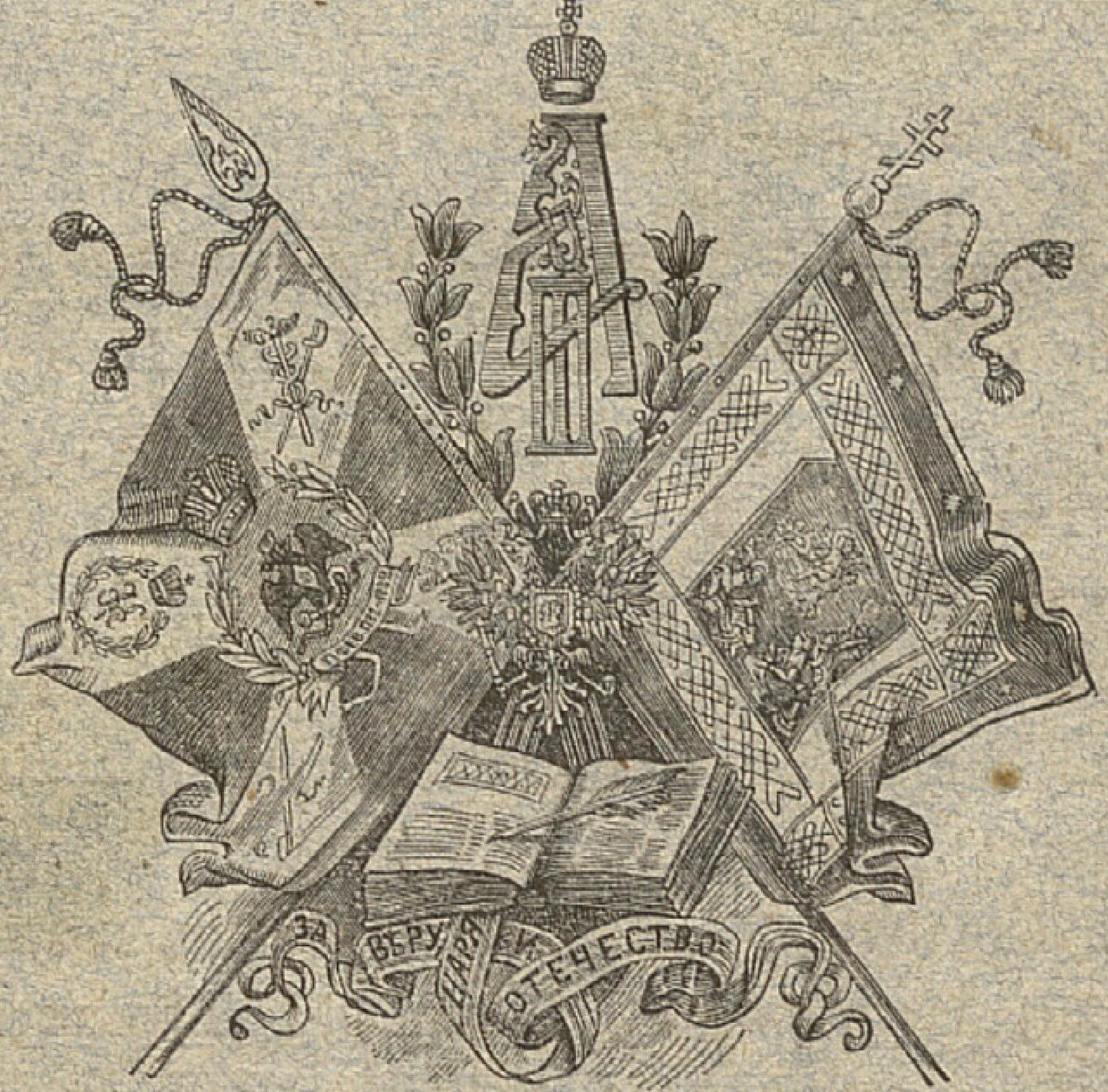
И. Д—я.

Петроградский Педагогический Институт им. Некрасова
Фундаментальная библиотека

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



ЯНВАРЬ, 1887.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин., 7.

ГОДЪ ДВАДЦАТЬЧЕТВЕРТЫЙ.—КНИЖКА 241.

Январь, 1887 годъ.

СОДЕРЖАНІЕ:

ЧАСТЬ ОФИЦІАЛЬНАЯ.

стр.

Инструкція по воспитательной части для кадетскихъ корпусовъ (Продолженіе):

III. Основныя правила нравственнаго воспитанія . . . 1

Циркуляры по военно-учебнымъ заведеніямъ 1886 г. № 50 и 52 13

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Памяти генералъ-лейтенанта В. П. Акимова. *П. О. Б.* 1

По вопросу о нравственности. Ст. I. *А. Н. Острогорскаго* . 19

Уроки по химіи, д-ра Р. Арендта 41

Изъ области элементарной математики. *А. И. Гольденберга* . 72

Изъ записной книжки редакціи. Дидактическій катехизисъ, ст. д-ра О. Фрикка 77

Критика и библіографія: Желлисъ. Франц. грамматика, *Ц. Книпера* (90). Остроумовъ. Географія Туркестанскаго края, *М. М. Литвинова* 93

Для библіографич. справокъ 95

Объявленія 99

Протоколы собранія преподавателей среднихъ учебныхъ заведеній при Педагогическомъ музеѣ военно-учебныхъ заведеній. Листъ 1-й.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ
СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

ЯНВАРЬ, 1887.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин. 7.
1887.

Петроградский Педагогический Институт им. Некрасова
Фундаментальная Библиотека
ПРОВЕРЕНО
53
№ 1
Ростовская на Дону Государственная Научная БИБЛИОТЕКА им. К. МАРКСА

ТИПОГРАФІЯ
М. СТАСЮЛЕВИЧА
В.О. 2 Л. 7
1844

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Памяти генералъ-лейтенанта В. П. Акимова.

21 сентября 1886 г., 1-е Военное Павловское училище отдало послѣдній долгъ своему начальнику генеральнаго штаба, генералъ-лейтенанту Василію Петровичу Акимову. Торжественную печальную церемонію удостоилъ своимъ присутствіемъ военный министръ, первый изъ начальниковъ Павловскаго училища, сослуживцы военно-учебнаго вѣдомства и нѣкоторые товарищи.

Съ первыхъ лѣтъ службы въ генеральномъ штабѣ Василій Петровичъ обнаружилъ наклонность къ военно-педагогической дѣятельности. Состоя при штабѣ Варшавскаго военнаго округа, въ чинѣ капитана, онъ былъ назначенъ командиромъ юнкерской школы, которая, въ концѣ 1864 года, была переустроена, на основаніи Положенія о юнкерскихъ училищахъ, Высочайше утвержденнаго въ 14 день іюля 1864 года (Прик. по воен. вѣд. 20 сентября 1864 г.). Начальникомъ Варшавскаго юнкерскаго училища В. П. Акимовъ пробылъ около десяти лѣтъ и здѣсь пріобрѣлъ основательное знакомство съ средствами воспитанія молодыхъ людей. Педагогическое поприще, можно сказать, было завѣтною его мыслію, и съ этимъ поприщемъ вполнѣ гармонировали его душевныя качества: добросовѣстность, энергія и безпредѣльная любовь къ занятіямъ съ молодыми людьми. Разсудительный въ своихъ дѣйствіяхъ, не смотря на горячность

Такимъ образомъ объемъ шарового слоя выраженъ въ зависимости отъ его высоты и радіусовъ основаній. Полученная формула выражаетъ сумму двухъ объемъ: объема цилиндра, имѣющаго высоту, общую съ даннымъ слоемъ, а основаніемъ— полусуму его основаній и объема шара, имѣющаго діаметромъ высоту слоя.

А. Гольденбергъ.

Задачи по Аналит. Геометріи для учениковъ VII класса кад. корпуса.

1. Даны двѣ прямыя $2x - 3y + 1 = 0$, $3x - 2y - 1 = 0$. Найти уравненіе прямой, дѣлящей уголъ между данными прямыми пополамъ.

Рѣшеніе. Точка пересѣченія данныхъ прямыхъ A опредѣляется координатами A (1,1). Называя углы наклоненія данныхъ прямыхъ къ оси x-овъ черезъ α и β, а уголъ наклоненія равнодѣлящей черезъ ω, имѣемъ $\omega = \frac{\alpha + \beta}{2}$, откуда $tg 2\omega = \infty$, $2\omega = \frac{\pi}{2}$, $\omega = \frac{\pi}{4}$, $tg \omega = 1$; искомые равнодѣлящія суть $y - 1 = x - 1$, $y - 1 = -x + 1$, или $x - y = 0$, $x + y - 2 = 0$.

2. Даны координаты срединъ сторонъ Δ—а A (1,2), B (2,5); C (4,3). Найти уравненія этихъ сторонъ.

Рѣшеніе. Уравн. сторонъ суть $3x - y - 9 = 0$, $x + y - 3 = 0$, $x - 3y + 13 = 0$.

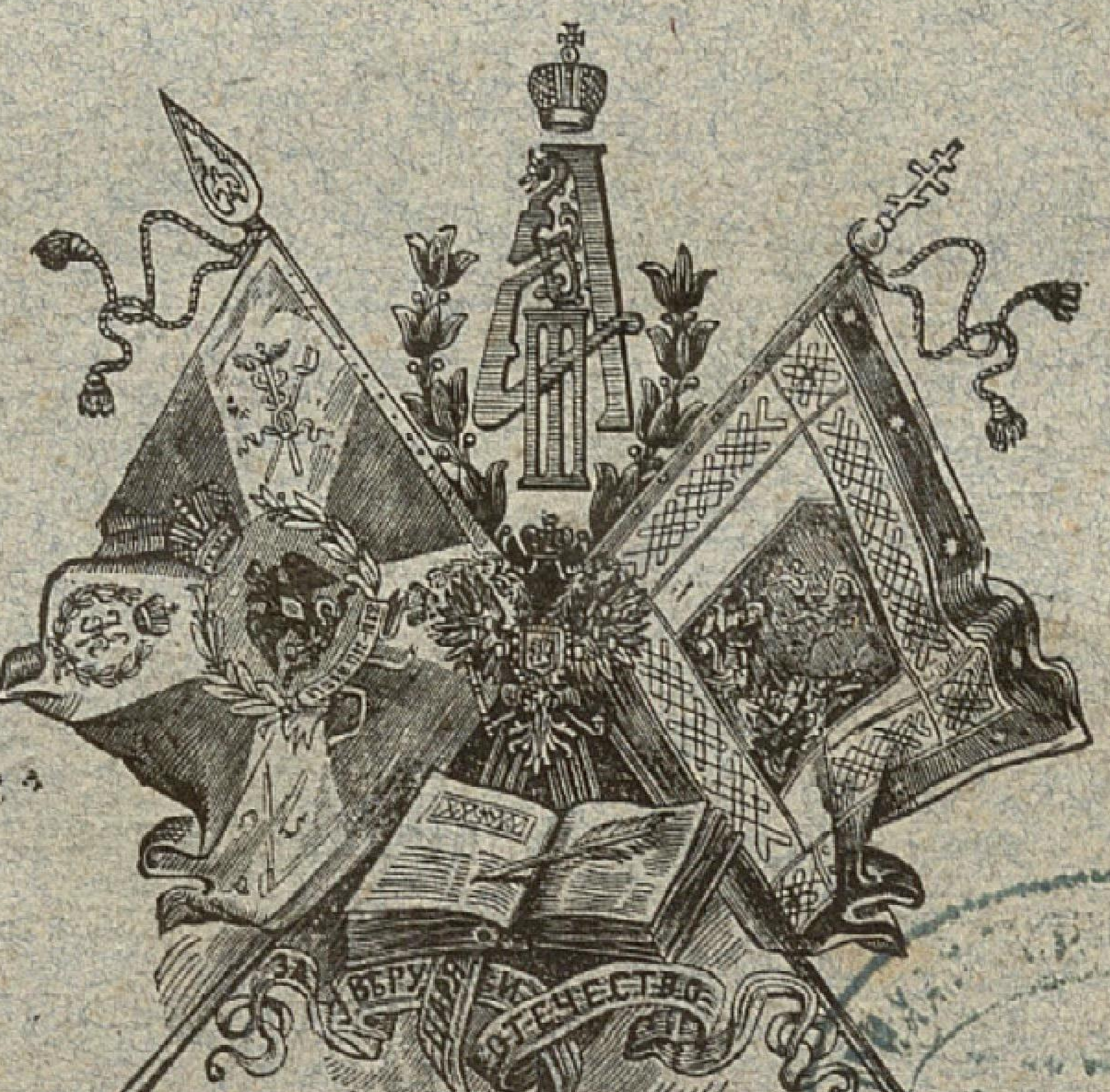
И. Долбня.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

017171

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



МАРТЪ, 1887.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин., 7.

ГОДЪ ДВАДЦАТЬЧЕТВЕРТЫЙ.—КНИЖКА 243.

Мартъ, 1887 годъ.

СОДЕРЖАНІЕ:

ЧАСТЬ ОФИЦІАЛЬНАЯ.

стр.

Чествованіе памяти Великаго Князя Михаила Павловича въ 2-мъ кад. корпусѣ 3 Марта 1887 1—16

Инструкція по воспит. части для кадетскихъ корпусовъ (Продолженіе) 35

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Исторія и воспитаніе памяти. *П. Ф. Каптерева.* . . . 201

Галльскія и Персидскія войны. Матеріалы для сравнительно историческаго обозрѣнія 219

Къ ученію о пропорціональности въ курсѣ элем. геометріи. *А. И. Гольденберга* 233

Задачи по аналит. геометріи. *И. Долбня* 238

Привычки и навыки, значеніе ихъ въ жизни и воспитаніи. *К. Ельницкаго* 240

Изъ записной книжки редакціи: Раннее проявленіе талантливости (253). Ростъ дѣтей (260). Общественныя библіотеки (262). О способахъ рисованія на стеклѣ картинъ для волшебнаго фонаря. 265

Что дала намъ юбилейная литература для объясненія «Ревизора» Н. В. Гоголя. *Н. З* 267

Для библіографич. справокъ. 288

Объявленіе. 296

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ

СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

МАРТЪ, 1887.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин. 7.
1887.

ТИПОГРАФІЯ
М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 2 Л. 7
1335

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Исторія и воспитаніе памяти.

Tantum scimus quantum' memoria tenemus.

И у отдѣльныхъ лицъ, и въ цѣломъ человѣчествѣ память развивается и крѣпнетъ постепенно; отдѣльный человѣкъ, какъ и цѣлое человѣчество, начинаетъ свою жизнь отсутствіемъ памяти. Человѣчество не помнитъ своего начала, своего дѣтства, вообще плохо помнитъ свою древнюю, давнюю исторію и сознательною памятью владѣетъ не особенно давно; отдѣльный человѣкъ не помнитъ первыхъ лѣтъ своей жизни и нерѣдко начинаетъ болѣе или менѣе увѣренно и связно припоминать съ пятаго и даже шестаго года. Мы представимъ сначала очеркъ развитія памяти у отдѣльныхъ лицъ, потомъ—въ цѣломъ человѣчествѣ.

I.

Первый періодъ въ исторіи памяти обыкновенно считается періодомъ безпамятства, такъ какъ первые годы жизни по большей части бываютъ потеряны для самой обширной и твердой памяти. Большинство людей не можетъ припомнить событій первыхъ двухъ-трехъ лѣтъ своей жизни, за исключеніемъ развѣ немногихъ, наиболѣе поразительныхъ фактовъ; очень многіе не помнятъ, какъ учились читать, они помнятъ себя уже съ знаніемъ грамоты, у нѣкоторыхъ опредѣленныя и связныя воспоминанія начинаются только съ пятаго, шестого года. Самыя

*Задачи по Аналит. Геометріи для учениковъ VII класса кадетскаго корпуса *).*

3) Даны двѣ точки $A(2,3)$, $B(3,2)$. Разыскавши на оси x-въ такую точку M, чтобы сумма $AM+BM$ была *minimum*, вычислить площадь треугольника ABM.

Рѣшеніе. Опускаю изъ (.) A на ось x-въ перпендикуляръ AC и откладываю на продолженіи его длину $CD=AC$; координаты точки D суть $x=2$, $y=-3$. Уравн. линіи BD есть $5x-y-13=0$; координаты точки M суть $x=\frac{13}{5}$; $y=o$; площадь $\triangle$-а $ABM=\frac{6}{5}$.

4). Дана прямая $x+y-10=0$ и двѣ точки внѣ этой прямой $A(7,9)$, $B(9,19)$. Разыскавши на данной прямой точку M подъ условіемъ, чтобы $AM+BM$ было *minimum*, вычислить площадь $\triangle$-а BAM.

Рѣшеніе. Площадь треугольника $BAM=18$.

5) Дана прямая $7x-24y=14$. Вычислить площадь треугольника, составленнаго осями координатъ и линіею, дѣлящею пополамъ уголъ между данною прямою и осью x-въ.

Рѣшеніе. Площадь искомаго $\triangle$-а равна $\frac{2}{7}$.

6) Периметръ треугольника $2p=30$, углы при основаніи опредѣляются уравненіями $tgA=\frac{5}{12}$, $tgB=\frac{12}{5}$. Вычислить площадь $\triangle$-а.

Рѣшеніе. Отложимъ по оси x-въ вправо данный периметръ $OF=30$; при точкахъ O и F строимъ углы A и B; дѣлимъ ихъ пополамъ; пусть равнодѣлящія пересѣкаются въ точкѣ C; изъ точки C проведемъ прямыя AC и BC подъ углами A и B къ оси x-въ; треугольникъ ABC требуемый. Уравн. равнодѣлящей OC есть $x-5y=0$, равнодѣлящей CF есть $2x+3y-60=0$; координаты точки C суть $x=\frac{300}{13}, y=\frac{60}{13}$; уравненіе линіи AC есть $65x-156y=780$, слѣд. $AO=12$; ур. линіи BC есть $156x+65y=3900$, слѣд. $OB=25$, слѣд. $AB=13$, высота $\triangle$-а равна $\frac{60}{13}$; искомая площадь $=30$.

*) См. Пед. Сб. 1881 г. № 1 стр. 76.

7) Основаніе Δ-а равно 13, уголъ A при основаніи опредѣляется уравненіемъ $tgA = \frac{5}{12}$; сумма двухъ другихъ сторонъ Δ-а равна 17. Опредѣлить его площадь.

Рѣшеніе. Способъ координатъ примѣняется какъ и въ предыдущей задачѣ. Искомая площадь равна 30.

8) Основаніе Δ-а равно 3; уголъ A при основаніи опредѣляется уравн. $tgA = \frac{4}{3}$; разность остальныхъ сторонъ Δ-а равна 1. Вычислить его площадь.

Рѣшеніе. Искомая площадь равна 6.

9). Доказать, что три высоты треугольника пересѣкаются въ одной точкѣ.

Доказательство. Въ треугольникѣ ABC провожу перпендикуляры къ сторонамъ; беру AB за ось x-въ, высоту CO за ось y-въ; называю $AO = a$, $OB = b$, $OC = c$. Имѣемъ:

1) уравненіе AB $y = 0$

2) уравн. AC . . $-\frac{x}{a} + \frac{y}{c} = 1$

3) уравн. BC . . $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} = 1$

Уравненія высотъ суть: 1) $x = 0$, 2) $bx - cy + ab = 0$, 3) $ax + cy - ab = 0$. Рѣшая первыя два, находимъ $x = 0$, $y = \frac{ab}{c}$. Рѣшенія эти удовлетворяютъ 3) урав.; а потому три высоты пересѣкаются въ одной точкѣ.

И. Долбня.

Петроградский Педагогический Институт им. Некрасова
Фундаментальная Библиотека

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Физика на экзаменахъ.

Экзаменуя ученика, вы вмѣстѣ съ тѣмъ подвергаете испытанію и его учителя, и учебникъ. На экзаменѣ подводятся итоги, какъ самодѣятельности ученика, такъ и вліянію преподавателя и книги. Хотя отвѣты ученика зависятъ и отъ многихъ другихъ условій, между прочимъ, въ значительной мѣрѣ, и отъ самого экзаменатора, отъ его манеры предлагать вопросы, но вліяніе руководства всегда есть возможность выдѣлить, оно часто прямо бросается въ глаза. Кромѣ чисто случайныхъ, иногда весьма курьезныхъ и забавныхъ, нелѣпостей, подчасъ оживляющихъ экзаменъ и зависящихъ прямо или отъ полнаго незнанія, или разсѣянности и смущенія, гораздо чаще можно услышать нелѣпости постоянныя, типическія, по которымъ опытный экзаменаторъ сразу узнаетъ то руководство, по которому готовился экзаменующійся. Эти нелѣпые, ошибочные отвѣты обусловливаются вообще не какими нибудь существенными упущеніями въ самомъ руководствѣ, а большею частью, просто тѣмъ, что то положеніе, на которое надо бы было обратить главное вниманіе, недостаточно оттѣнено и подчеркнуто. Экзаменаціонная статистика въ указанномъ смыслѣ, т. е. систематическое собираніе и обобщеніе выдающихся и типическихъ

Изъ области элементарной математики.

Нахожденіе наибольшихъ и наименьшихъ величинъ квадратнаго многочлена съ двумя перемѣнными.

§ 1. Предлагаемъ новый и чрезвычайно простой пріемъ нахожденія *maxima* и *minima* полинома

$$Z = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F \;.\;.\;.\;.\;.\; (1).$$

Между безчисленнымъ множествомъ способовъ разложенія полинома (1) на сумму квадратовъ *) есть одинъ, замѣчательный, который ведетъ къ важнымъ слѣдствіямъ. Уравненіе $z = o$ представляетъ кривую 2-го порядка. Положимъ сначала, что кривая эта есть эллипсъ. Пусть уравненіе осей симетріи этого эллипса будутъ

$$\left.\begin{aligned} ax + by + c &= 0 \\ a'x + b'y + c' &= 0 \end{aligned}\right\} (2);$$

тогда полиномъ Z представится въ формѣ

$$Z = M(ax + by + c)^2 + N(a'x + b'y + c')^2 + P \text{ **)}.$$

Ясно, что, если $M > 0$, $N > 0$, то Z имѣетъ *minimum*, численная величина котораго равна P, а значенія перемѣнныхъ, обращающихъ Z въ *minimum*, найдутся изъ уравненій

$$ax + by + c = 0$$
$$a'x + b'y + c' = 0.$$

*) Serret, Cours d'Algebre superieure, T. 1 p. 558.

**) См. Пед. Сборн. 1886, № 6.

Институт им. Некрасова

Если-же $M < 0$, $N < 0$, то многочленъ Z имѣетъ *maximum*, численная величина котораго равна P, а значенія перемѣнныхъ, дающія *maximum*, удовлетворяютъ той же системѣ (2) уравненій. Но систему (2) легко замѣнить другой, болѣе важной въ практическомъ отношеніи. Въ самомъ дѣлѣ, уравненія (2) геометрически представляютъ оси симетріи эллипса, которыя пересѣкаются въ центрѣ кривой, слѣд. система (2) однозначна съ системой

$$\left.\begin{aligned} 2\,Ax + By + D = 0 \\ Bx + 2\,Cy + E = 0 \end{aligned}\right\} (3).$$

Такимъ образомъ имѣемъ теорему:

Теорема. Если $B^2 - 4AC < 0$, то полиномъ $Z = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$ допускаетъ либо *maximum*, либо *minimum*; въ обоихъ случаяхъ вышеупомянутыя значенія функціи получаются чрезъ подстановку вмѣсто x и y координатъ центра того эллипса, который представляется уравненіемъ $Z = 0$.

§ 2. Ясно, что количество P (§ 1) получается изъ многочлена Z чрезъ подстановку координатъ центра вмѣсто x и y. Слѣд., называя координаты центра черезъ α и β имѣемъ

$$P = A\alpha^2 + B\alpha\beta + \beta^2 + D\alpha + E\beta + F = {}^1/_2\,\big[\alpha\,(2A\alpha + B\beta + D) + \beta\,(B\alpha + 2C\beta + E) + D\alpha + E\beta + 2F\big] = {}^1/_2\,(D\alpha + E\beta + 2F).$$

Отсюда видимъ, что α и β удовлетворяютъ системѣ уравненій

$$\begin{aligned} 2\,A\alpha + B\beta + D = 0 \\ B\alpha + 2C\beta + E = 0 \\ D\alpha + E\beta + 2\,(F - P) = 0 \end{aligned}$$

А потому, по извѣстному свойству опредѣлителей, получимъ

$$\begin{vmatrix} 2A, & B, & D - 0 \\ B, & 2C, & E - 0 \\ D, & E, & 2F - 2P \end{vmatrix} = 0.$$

Или, разлагая опредѣлителя по третьей колоннѣ, будемъ имѣть уравненіе

$$\begin{vmatrix} 2A, & B, & D \\ B, & 2C, & E \\ D, & E, & 2F \end{vmatrix} = 2P \begin{vmatrix} 2A, & B \\ B, & 2C \end{vmatrix};$$

отсюда

$$P = \frac{1}{2\,(4AC - B^2)} \begin{vmatrix} 2A, & B, & D \\ B, & 2C, & E \\ E, & E, & 2F \end{vmatrix}$$

Эта формула приводитъ насъ къ слѣдующей любопытной теоремѣ:

Теорема. Наибольшее или наименьшее значеніе квадратнаго полинома

$$Z = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$$

есть частное отъ дѣленія его *дискриминанта* на удвоенный *дискриминантъ* полинома

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2$$

Примѣръ 1. Найти *minimum* P полинома

$$4x^2 + 5xy + 2y^2 - 13x - 9y + 50.$$

Значенія перемѣнныхъ, дающихъ *minimum*, опредѣляются изъ уравненій

$$8x + 5y - 13 = 0$$
$$5x + 4y - 9 = 0.$$

Находимъ

$$x = 1,\ y = 1.$$

$$P = \frac{1}{14} \begin{vmatrix} 8, & 5, & -13 \\ 5, & 4, & -9 \\ -13, & -9, & 100 \end{vmatrix} = 39.$$

Примѣръ 2. Найти *maximum* полинома

$$3xy - 8x^2 - 5y^2 + 13x + 7y + 4 = Z.$$

Значеніе перемѣнныхъ, дающихъ *maximum*, найдутся изъ уравненій

$$3y - 16x + 13 = 0$$
$$3x - 10y + 7 = 0.$$

Откуда

$$x = 1,\ y = 1.$$

$$P = \frac{1}{302}\begin{vmatrix} -16, & 3, & 13 \\ 3, & -10, & 7 \\ 13, & 7, & 8 \end{vmatrix} = 14.$$

§ 3. Если въ выраженіи

$$Z = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$$

окажется $B^2 - 4AC > 0$, то уравненіе $Z = 0$ представляетъ гиперболу.

Тогда

$$Z = M\,(ax + by + c)^2 + N\,(a'x + b'y + c')^2 + P,$$

гдѣ M и N имѣютъ различные знаки, а потому Z способенъ возрастать до $+\infty$ и уменьшаться (въ алгебраическомъ смыслѣ) до $-\infty$, а потому не имѣетъ ни *maximum*, ни *minimum*. Отсюда видимъ, что условіе необходимое и достаточное для существованія *maxima* и *minima* полинома Z заключается въ томъ, чтобы $B^2 - 4AC$ было отрицательное. Функція Z имѣетъ *maximum* при $A < 0$, $C > 0$, а *minimum* при $A > 0$, $C > 0$.

И. Долбня.

Петроградский Педагогический Институт им. Некрасова
Фундаментальная библиотека

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

О школьныхъ наказаніяхъ.

(По соч. Заксе: „Geschichte und Theorie der Erziehungsstrafen").

Неоднократно, съ отдаленныхъ временъ язычества и до ближайшей къ намъ эпохи, подвергался обсужденію вопросъ о школьныхъ наказаніяхъ и дисциплинарныхъ мѣрахъ, какъ полезныхъ или необходимыхъ условіяхъ въ дѣлѣ воспитанія. Было сдѣлано не мало различныхъ попытокъ со стороны ученыхъ теоретиковъ и педагоговъ—практиковъ разобраться въ нихъ и установить, какія изъ практикующихся воспитательныхъ или дисциплинарныхъ мѣръ цѣлесообразны, и какія—не должны имѣть мѣста въ школьной практикѣ, не смотря на то, что онѣ освящены долголѣтнимъ обычаемъ. Неразъ въ цѣломъ рядѣ сочиненій и статей всесторонне разсматривались и обсуждались условія, сознательное и разумно-послѣдовательное примѣненіе которыхъ можетъ и должно, повидимому, приводить къ постепенному ограниченію и даже устраненію наказаній—какъ внѣшнихъ принудительныхъ средствъ въ обращеніи съ дѣтьми. Трудно, по видимому, прибавить еще что либо къ данному вопросу, освѣтить его съ новой, болѣе или менѣе оригинальной точки зрѣнія. Тѣмъ не менѣе для лицъ, стоящихъ близко къ дѣлу воспитанія, или интересующихся педагогическимъ дѣломъ

Изъ области элементарной математики.

Общій элементарный пріемъ разысканія наибольшихъ и наименьшихъ величинъ квадратнаго многочлена съ неограниченнымъ числомъ перемѣнныхъ.

§ 1. Квадратный многочленъ съ одною перемѣнною

$$y = ax^2 + bx + c$$

представляется въ формѣ

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a},$$

изъ которой непосредственно усматриваемъ, что y допускаетъ maximum или minimum при

$$x + \frac{b}{2a} = 0, \text{ или } 2ax + b = 0 \; . \; . \; . \; . \; (\alpha).$$

§ 2. Возьмемъ теперь полиномъ съ независимыми перемѣнными $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$, счетомъ n.

Будемъ означать коеффиціентъ многочлена буквами вида $A_{\alpha,\beta}$, гдѣ указатель α относится къ множителю X_α, а указатель β— къ множителю X_β; коеффиціентъ $A_{i,i}$ относится къ члену X_i^2; условимся еще въ равенствѣ $A_{\alpha,\beta} = A_{\beta,\alpha}$.

Согласившись относительно обозначеній, разсмотримъ многочленъ

$$\Psi = A_{1,1}x_1^2 + A_{1,2}x_1x_2 + A_{2,2}x_2^2 + A_{1,3}x_1x_3 + A_{2,3}x_2x_3 + A_{3,3}x_3^2 + \\ + \ldots + A_{1,n}x_1x_n + A_{2,n}x_2x_n + \ldots + A_{n,n}x_n^2 + Bx_1 + \\ + Cx_2 + Dx_3 + \ldots + Ex_n + F.$$

Положимъ, что Ψ допускаетъ maximum или minimum при $x_1 = a$, $x_2 = b$, $x_3 = c$, ... $x_{n-1} = k$, $x_n = l$.

Сдѣлаемъ въ многочленѣ Ψ одновременно $x_2 = b$, $x_3 = c$, ... $x_n = l$, оставляя x_1 независимымъ перемѣннымъ; тогда Ψ обратится въ многочленъ

$$\Psi_1 = A_{1,1}x_1^2 + A_{1,2}bx_1 + A_{2,2}b^2 + \ldots + A_{1,n}lx_1 + \ldots + \\ + Bx_1 + Cb + \ldots + F, \text{ или}$$

$$\Psi_1 = A_{1,1}x_1^2 + (A_{1,2}b + A_{1,3}c + \ldots + A_{1,n}l + B)x_1 + A_{2,2}b^2 + \\ + \ldots + F,$$

гдѣ Ψ_1 зависитъ только отъ одной перемѣнной x_1, а потому допускаетъ *maximum* или *minimum* при

$$2A_{1,1}x_1 + A_{1,2}b + A_{1,3}c + \ldots + A_{1,n}l + B = 0,$$

откуда

$$2A_{1,1}a + A_{1,2}b + A_{1,3}c + \ldots + A_{1,n}l + B = 0 \ \ldots \ (1).$$

Сдѣлаемъ теперь въ многочленѣ Ψ одновременно $x_1 = a$, $x_3 = c$, $x_4 = d$, ... $x_n = l$, оставляя x_2 независимымъ перемѣннымъ. Разсуждая по предыдущему, найдемъ равенства

$$A_{2,1}a + 2A_{2,2}b + A_{2,3}c + \ldots + A_{2,n}nl + C = 0 \ \ldots \ (2).$$

Подобнымъ же образомъ получимъ рядъ равенствъ

$$\left.\begin{array}{l} A_{3,1}a + A_{3,2}b + 2A_{3,3}c + \ldots + A_{3,n}l + D = 0 \\ A_{4,1}a + A_{4,2}b + A_{4,3}c + 2A_{4,4}d + \ldots + A_{4,n}l + K = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_{n,1}a + A_{n,2}b + A_{n,3}c + \ldots + 2A_{n,n}l + E = 0 \end{array}\right\} (3)$$

Для нахожденія $a, b, c, \ldots k, l$ имѣемъ n уравненій (1), (2), (3) и n неизвѣстныхъ. Система опредѣленная, а потому вполнѣ разрѣшимая, если только опредѣлитель

$$\begin{vmatrix} 2A_{1,1}, & A_{1,2}, & \ldots & A_{1,n} \\ A_{2,1}, & 2A_{2,2}, & \ldots & A_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n,1}, & A_{n,2}, & \ldots & 2A_{n,n} \end{vmatrix} \gtrless 0.$$

§ 3. Положимъ, что $a, b, c, \ldots l$ найдены и назовемъ maximum или minimum многочлена Ψ черезъ M; тогда будетъ

$$A_{1,1}a^2 + A_{1,2}ab + A_{2,2}b^2 + \ldots + Ba + Cb + Dc + Kd + \\ + \ldots + F = M;$$

отсюда

$$\begin{aligned} 2M = a(2A_{1,1}a + A_{1,2}b + \ldots) + \\ + b(A_{1,2}a + 2A_{2,2}b + \ldots) + \\ + c(A_{1,3}a + A_{2,3}b + 2A_{3,3}c + \ldots) + \\ + \ldots \ldots \ldots \ldots \\ + Ba + Cb + Dc + Kd + \ldots + El + 2F, \end{aligned}$$

слѣдовательно

$$2M = Ba + Cb + Dc + \ldots + El + 2F,$$

или

$$Ba + Cb + Dc + \ldots + El + 2F - 2M = 0 \ldots \ldots (4).$$

Уравн. (1), (2), (3), (4) существуютъ вмѣстѣ, а потому

$$\begin{vmatrix} 2A_{1,1}, & A_{1,2}, & \ldots & A_{1,n}, & B \\ A_{2,1}, & 2A_{2,2}, & \ldots & A_{2,n}, & C \\ A_{3,1}, & A_{3,2}, & 2A_{3,3}, \ldots & A_{3,n}, & D \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n,1}, & A_{n,2}, & \ldots & 2A_{n,n}, & E \\ B, & C, & D, \ldots & E, & 2F-2M \end{vmatrix} = 0,$$

откуда

$$\begin{vmatrix} 2A_{1,1}, & A_{1,2}, & \dots & A_{1,n}, & B \\ A_{2,1}, & 2A_{2,2}, & \dots & A_{2,n}, & C \\ A_{3,1}, & A_{3,2}, & \dots & A_{3,n}, & D \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n,1}, & A_{n,2}, & \dots & 2A_{n,n}, & E \\ B, & C, & \dots & E, & 2F \end{vmatrix} = 2M \begin{vmatrix} 2A_{1,1}, & A_{1,2}, & \dots & A_{1,n} \\ A_{2,1}, & 2A_{2,2}, & \dots & A_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n,1}, & A_{n,2}, & \dots & 2A_{n,n} \end{vmatrix}$$

Изъ этого уравненія находимъ

$$M = \begin{vmatrix} 2A_{1,1}, & A_{1,2} & \dots & A_{1,n}, & B \\ A_{2,1}, & 2A_{2,2}, & \dots & A_{2,n}, & C \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n,1}, & A_{n,2}, & \dots & 2A_{n,n}, & E \\ B, & C, & \dots & E, & 2F \end{vmatrix} : 2 \begin{vmatrix} 2A_{1,1}, & A_{1,2}, & \dots & A_{1,n} \\ A_{2,1}, & 2A_{2,2}, & \dots & A_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{n,1}, & A_{n,2}, & \dots & 2A_{n,n} \end{vmatrix}$$

Такимъ образомъ имѣемъ теорему:

Теорема. Maximum или minimum квадратнаго полинома съ неограниченнымъ числомъ перемѣнныхъ равенъ частному отъ дѣленія его дискриминанта на удвоенный дискриминантъ формы *), получаемой изъ даннаго полинома черезъ уничтоженіе членовъ ниже второй степени.

§ 4. Maximum или minimum разсматриваемой функціи не всегда существуетъ. Ясно, что для его существованія должны имѣть мѣсто неравенства

$$A_{1,2}^2 - 4A_{1,1}\ A_{2,2} < 0,\ A_{1,3}^2 - 4A_{1,1}\ A_{3,3} < 0,\ A_{1,4}^2 - 4A_{1,1}\ A_{4,4} < 0, \dots$$

$$A_{1,n}^2 - 4A_{1,1}\ A_{n,n} < 0, \dots A_{n-1,n}^2 - 4A_{n-1,n-1}\ A_{n,n} < 0.$$

*) Формою называется однородный многочленъ. Названіе это, установленное Гауссомъ, теперь употребляется всѣми писателями.

Если хоть одно изъ этихъ условій не выполнено, функція не имѣетъ ни maximum, ни minimum, т.-е. можетъ измѣняться отъ $-\infty$ до $+\infty$.

Нижній Новгородъ.

24 Апрѣля, 1887.

И. Долбня.

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Страхъ.

1. La peur. Etude psychologique par Ch. Richet. Revue des deux mondes. 1886. № 13.

2. La peur. Etude psychophysiologique. Bibl. de philosophie contemporaine. 1886.

1.

Въ интересномъ этюдѣ о страхѣ, Рише указываетъ, что въ разговорномъ языкѣ обыкновенно не различаютъ чисто физіологическихъ рефлексовъ организма, происходящихъ при явленіяхъ, угрожающихъ ему опасностью, отъ психологическихъ рефлексовъ, совершающихся при подобныхъ же явленіяхъ. Нерѣдко употребляютъ слово страхъ и совершенно неправильно (напр., боюсь опоздать на поѣздъ, боюсь, что пойдетъ дождь и т. п.). Между тѣмъ, слѣдовало бы употреблять этотъ терминъ въ болѣе ограниченномъ смыслѣ, именно для выраженія лишь явленій, въ которыхъ присутствуетъ элементъ психологическій. Когда мы быстро приближаемъ къ глазу какой нибудь предметъ, вѣки рефлективно закрываются, безъ всякаго участія нашего сознанія и воли. Для обозначенія такого рода явленій, слѣдовало бы имѣть особый терминъ, который выражалъ бы свойственный имъ характеръ. Иной оттѣнокъ имѣютъ тѣ явленія, которыя психологія относитъ къ группѣ психическихъ рефлексовъ. Свистъ пули заставляетъ солдата невольно отклонять голову въ сто-

Замѣтка объ относительной величинѣ показателей преломленія цвѣтныхъ лучей спектра.

Въ учебникахъ физики вопросъ объ относительной величинѣ показателей преломленія цвѣтныхъ лучей или рѣшается неправильно, или не рѣшается вовсе. Г. Малининъ приводитъ опытъ съ бумажкой, на которой наклеены двѣ полоски—красная и фіолетовая. Разсматривая полоски черезъ призму, убѣждаемся, что фіолетовый цвѣтъ испытываетъ большее *отклоненіе* сравнительно съ краснымъ. Изъ этого г. Малининъ, безъ всякаго резона, заключаетъ, что *показатели* преломленія лучей увеличиваются по направленію отъ краснаго края спектра къ фіолетовому. Приведенный опытъ доказываетъ только, что *уголъ отклоненія фіолетоваго луча больше угла отклоненія луча краснаго.* Но въ этомъ никто не могъ сомнѣваться послѣ перваго знакомства съ происхожденіемъ спектра; ибо изъ основнаго рисунка каждый убѣждается, что фіолетовый лучъ испыталъ наибольшее, а красный—наименьшее отклоненіе по отношенію къ первоначальному направленію бѣлаго луча, впущеннаго въ темную комнату. Г. Краевичъ не считаетъ нужнымъ вступать, по интересующему насъ вопросу, въ какія бы то не было объясненія; въ первомъ же параграфѣ главы о разложеніи свѣта на цвѣта, вслѣдъ за опытомъ, доказывающимъ существованіе спектра, авторъ говоритъ прямо, что «безцвѣтный лучъ состоитъ изъ безчисленнаго множества цвѣтныхъ лучей, обладающихъ различными показателями преломленія: фіолетовый лучъ

имѣетъ самый большой показатель преломленія, а красный — самый малый». Въ курсѣ физики Гано, кромѣ опыта съ цвѣтными полосками, приводится еще опытъ пропусканія бѣлаго свѣта черезъ двѣ призмы — горизонтальную и вертикальную. Въ результатѣ получается косвенное положеніе спектральнаго прямоугольника, указывающее на то, что фіолетовая часть спектра, при прохожденіи черезъ вертикальную призму, испытала наибольшее отклоненіе, а красная—наименьшее. Почему изъ упомянутыхъ опытовъ читататели должны заключить, что показатель преломленія красныхъ лучей наименьшій, а фіолетовыхъ наибольшій—мы не знаемъ.

Въ краткой физикѣ Жамена (перев. Гутковскаго, 1874 г.) интересующій насъ вопросъ поставленъ и разрѣшенъ правильно, но знаменитый авторъ употребляетъ пріемы, неудобные для элементарнаго преподаванія. Мы приводимъ, въ этой замѣткѣ, аналитическія соображенія для рѣшенія возбужденнаго вопроса, опираясь на законъ синусовъ Декарта. Извѣстно, что уголъ отклоненія луча оптическою призмою опредѣляется формулою

$$\omega = \alpha + \beta' - A,$$

гдѣ

$$A = \alpha' + \beta,$$

$$\text{Sin}\alpha = m\text{Sin}\beta, \qquad \beta' = m\text{Sin}\alpha',$$

m показатель преломленія, A преломляющій уголъ призмы.

Такъ какъ величина показателя преломленія вовсе не зависитъ отъ угла α и отъ преломляющаго угла призмы, то мы можемъ полагать, что углы эти невелики (въ два, три градуса каждый).

При малой величинѣ A выходитъ, что α' и β' оба невелики, а потому, съ очень малою погрѣшностію, можно замѣнить отношеніе синусовъ отношеніемъ угловъ; слѣд. изъ Декартовыхъ уравненій получаемъ

$$\alpha = m\beta \quad \text{и} \quad \beta' = m\alpha,$$

значитъ

$$\omega = m(\beta + \alpha') - A,$$

или

$$\omega = (m - 1)A \; . \; . \; . \; (1)$$

Назовемъ черезъ m_1, m_2, m_3, . . . m_7 показателей преломленія цвѣтныхъ лучей въ спектральномъ порядкѣ; пусть ω_1, ω_2, . . . ω_7 будутъ соотвѣтственные углы отклоненія цвѣтныхъ лучей. Тогда имѣемъ

$$\omega_1 = (m_1 - 1)A_1\omega_2 = (m_2 - 1)A, \qquad \omega_7 = (m_7 - 1)A \; . \; (2)$$

Равенства эти тѣмъ ближе къ истинѣ, чѣмъ углы α и A меньше. Но такъ какъ величина этихъ угловъ вполнѣ зависитъ отъ нашего произвола, то, для уменьшенія погрѣшности, мы будемъ предполагать ихъ очень малыми. Первоначальный опытъ, которымъ доказывается существованіе спектра, убѣждаетъ насъ, что $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \; . \; . \; . < \omega_7$, слѣд.

$$m_1 < m_2 < m_3 < \; . \; . \; . < m_7, \text{ ч. и. с. д.}$$

Примѣчаніе. Если уголъ $\alpha = 5^0$, то, замѣняя отношеніе $\frac{\text{Sin}\alpha}{\text{Sin}\beta}$ отношеніемъ $\frac{\alpha}{\beta}$, дѣлаемъ ошибку, меньшую $\frac{1}{5000}$.

И. Долбня.

Петроградский Педагогический Институт им. Некрасова
Фундаментальная Библиотека

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Справедливость въ школьной жизни *).

(По матеріаламъ, заимствованнымъ изъ автобіографій, воспоминаній, жизнеописаній и т. п. источниковъ).

ВМѢСТО ВВЕДЕНІЯ.

„Казалось бы, каждый учитель, прошедшій самъ школу, долженъ и по себѣ знать, какъ долго, на цѣлую жизнь нерѣдко, остаются въ памяти добрыя и худыя дѣла наставниковъ; а между тѣмъ большей части наставниковъ отъ этого ни тепло, ни холодно“.

Н. Пироговъ. I, стр. 140.

Къ источникамъ указанныхъ выше категорій не приходится относиться съ полною и безусловною довѣрчивостью. Человѣкъ, вспоминающій какое нибудь событіе изъ своей жизни, рѣдко относится къ нему вполнѣ безстрастно. Сила впечатлѣнія, которое оно вызвало, конечно, съ годами ослабѣла; но воспоминаніе о немъ все же нѣсколько волнуетъ, и если есть въ немъ что нибудь, бросающее хотя бы и легкую тѣнь на человѣка, онъ непремѣнно постарается оправдать себя, смягчить впечатлѣніе на читателя. Не даромъ и такой правдивый человѣкъ,

*) Читано съ нѣкоторыми выпусками въ засѣданіи 31 марта 1888 года секціи обученія и воспитанія Педагогическаго музея военно-учебныхъ заведеній.

Опредѣленіе minimum'а угла отклоненія луча оптической призмой.

Въ каждомъ элементарномъ учебникѣ физики излагается опредѣленіе показателя преломленія твердыхъ и жидкихъ тѣлъ, основанное на знаніи условія, при которомъ уголъ отклоненія луча оптическою призмою достигаетъ minimum'а. Въ лучшихъ руководствахъ условіе это изыскивается опытнымъ путемъ; въ остальныхъ же дѣлается ссылка на дифференціальное исчисленіе. А между тѣмъ всѣ вопросы, касающіеся изысканія наибольшихъ и наименьшихъ величинъ, вполнѣ разрѣшимы средствами низшей математики: элементарная алгебра рѣшаетъ вопросы этого рода, касающіеся алгебраическихъ функцій, а тригонометрія — вопросы, касающіеся трансцендентныхъ. Нижеизложенный способъ относится не только до занимащаго насъ предмета, но и до многихъ вопросовъ оптики, *напр.* до теоріи первой и второй радуги, до теоріи круговъ около солнца и луны. Если позволятъ обстоятельства, мы изложимъ каждый вопросъ въ отдѣльности, а теперь покажемъ, какъ изыскивается minimum угла отклоненія луча оптическою призмою.

Назовемъ уголъ паденія входящаго въ призму луча α, уголъ преломленія—β, уголъ паденія выходящаго луча α', уголъ преломленія β'.

Извѣстно, что уголъ отклоненія ω выражается формулою.

$$\omega = \alpha + \beta' - A\,;\; A = \beta + \alpha'\,;$$

$Sin\,\alpha = m\,Sin\,\beta$; $Sin\,\beta' = m\,Sin\,\alpha'$, гдѣ m — показатель преломленія. Съ возрастаніемъ α уголъ ω уменьшается; достигнувши, путемъ уменьшенія, опредѣленнаго предѣла, ω далѣе начинаетъ увеличиваться, откуда заключаемъ, что ω имѣетъ minimum, къ разысканію котораго мы приступимъ. Положимъ, что ω достигаетъ minimum'а при $\alpha = a$, $\beta = b$, $\alpha' = a'$, $\beta' = b'$. Заставимъ α измѣняться отъ $a - c$ до $a + c$, гдѣ $c < a$; тогда видно, что ω уменьшается отъ $a - c$ до a и увеличивается отъ a до $a + c$; а такъ какъ, по закону непрерывности, ω пріобрѣтаетъ всѣ промежуточныя значенія, при непрерывномъ возрастаніи α внутри названныхъ предѣловъ, то всякому значенію ω въ промежуткѣ отъ $a - c$ до a соотвѣтствуетъ равное значеніе въ промежуткѣ отъ a до $a + c$. Слѣдовательно, если значенію $\alpha = a - h$ соотвѣтствуетъ $\omega = \omega_1$, то всегда найдется значеніе $\alpha = a + h_1$, для котораго также $\omega = \omega_1$; и этотъ выводъ справедливъ какъ бы мало ни было значеніе h, ибо онъ справедливъ для $h = o$. Количества h и h_1 суть безконечно малыя, одновременно обращающіяся въ нуль.

Но съ возрастаніемъ α возрастаетъ β и уменьшаются α' и β'; слѣд величинѣ $\alpha = a - h$ соотвѣтствуетъ $\beta = b - k$, $\alpha' = a + l$, $\beta' = b + n$, а величинѣ $\alpha = a + h_1$ соотвѣтствуетъ $\beta = b + k_1$, $\alpha' = a' - l'$, $\beta' = b' - n'$, а потому имѣемъ,

$$\omega_1 = a - h + b' + n - A,$$
$$\omega_1 = a + h_1 + b' - n_1 - A_1$$
$$A = b - k + a' + l,$$
$$A = b + k_1 + a' - l',$$

откуда

$$\left.\begin{aligned}(h_1 + h) - (n + n_1) = o,\\ (k + k_1) - (l + l_1) + o\end{aligned}\right\}\ \text{N}B.$$

Значитъ, при измѣненіи α отъ $a - h$ до $a + h_1$, углы получили такія приращенія: α увеличилось на $(h + h_1) = H$, β увеличилось на $k + k_1 = K$, α' уменьшилось на $l + l_1 = L$, β' уменьшилось на $(n + n_1) = N$. На этомъ основаніи имѣемъ

$$Sin(\alpha + H) = m\,Sin\,(\beta + K),$$
$$Sin\,(\beta' - N) = m\,Sin\,(\alpha' - L),$$

отсюда,

$$2\,Cos\left(\alpha + \frac{H}{2}\right) Sin\,\frac{H}{2} = 2\,m\,Cos\left(\beta + \frac{K}{2}\right) Sin\,\frac{K}{2} \text{ и}$$
$$2\,Cos\left(\beta' + \frac{N}{2}\right) Sin\,\frac{N}{2} = 2\,m\,Cos\left(\alpha' + \frac{L}{2}\right) Sin\,\frac{L}{2}.$$

Перемножая, имѣемъ

$$Cos\left(\alpha + \frac{H}{2}\right) Cos\left(\alpha' + \frac{L}{2}\right) Sin\,\frac{H}{2}\,Sin\,\frac{L}{2} =$$
$$= Cos\left(\beta + \frac{K}{2}\right) Cos\left(\beta' + \frac{N}{2}\right) Sin\,\frac{K}{2}\,Sin\,\frac{N}{2}.,$$

или

$$\frac{HL}{4}\,Cos\left(\alpha + \frac{H}{2}\right) Cos\left(\alpha' + \frac{L}{2}\right) \frac{Sin\,\frac{H}{2}}{\frac{H}{2}}\;\frac{Sin\,\frac{L}{2}}{\frac{L}{2}} =$$
$$= \frac{KN}{4}\,Cos\left(\beta + \frac{K}{2}\right) Cos\left(\beta' + \frac{N}{2}\right) \frac{Sin\,\frac{K}{2}}{\frac{K}{2}}\;\frac{Sin\,\frac{N}{2}}{\frac{N}{2}}$$

Но по уровн. NB выходитъ, что $HL = NK$, слѣд. переходя къ предѣлу, получимъ,

$$Cos\alpha\;Cos\alpha' = Cos\beta\;Cos\beta'.$$

А на основаніи уравненій Декарта

$$Sin\alpha\;Sin\alpha' = Sin\beta\;Sin\beta',$$

слѣд.

$$Cos\,(\alpha + \alpha') = Cos\,(\beta + \beta')\,;\;Cos\,(\alpha - \alpha') = Cos\,(\beta - \beta'),$$

Слѣд. имѣемъ двѣ системы уравненій

$$1)\;\alpha + \alpha' = \beta + \beta'\;;\;2)\;\alpha + \alpha' = \beta + \beta'$$
$$\alpha - \alpha' = \beta - \beta' \qquad \alpha - \alpha' = \beta' - \beta$$

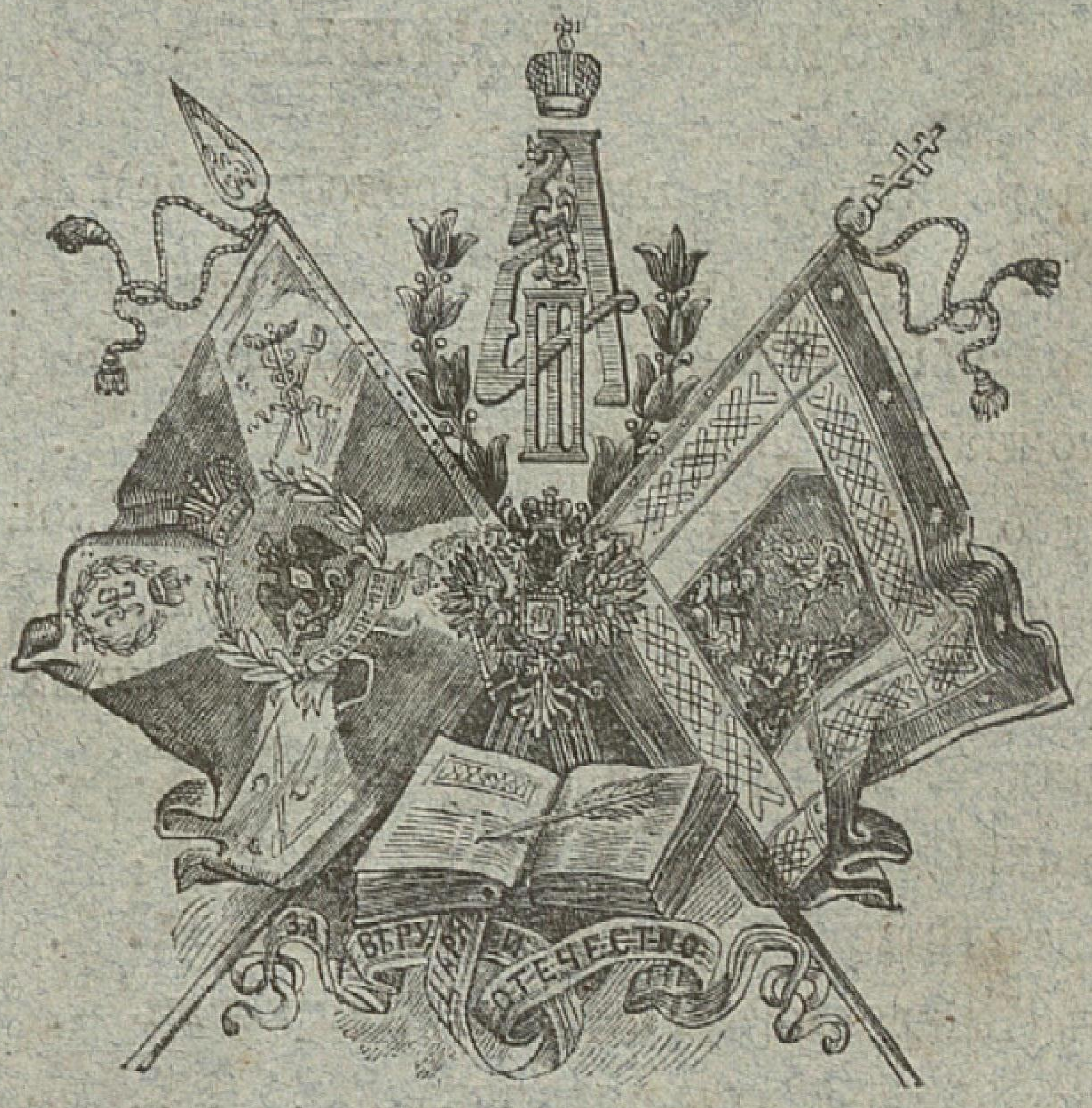
Первая система даетъ рѣшеніе $\alpha = \beta$, которое вопросу, очевидно, не удовлетворяетъ; вторая система даетъ рѣшеніе $\alpha = \beta'$, которое и выражаетъ условіе необходимое и достаточное для того, чтобы уголъ ω достигъ minima.

И. Долбня.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



МАРТЪ, 1889.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин., 7.

КНИЖКА 267.

Мартъ, 1889 годъ.

СОДЕРЖАНІЕ:

ЧАСТЬ ОФИЦІАЛЬНАЯ.

стр.

Посѣщеніе Ихъ Императорскими Величествами Пажескаго Е. И. В. корпуса.

Приказъ по военному вѣдомству, 1889 г. № 9 . . . 11

Положеніе о Пажескомъ Его Императорскаго Величества корпусѣ 12

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Учитель и даровитые ученики. (Продолженіе). *А. Острогорскаго* . 197

Новѣйшія пособія для изученія Пушкина въ русской школѣ. (3. Окончаніе). *А. Михневича* 220

Къ вопросу о переутомленіи учащихся. (Окончаніе). *Д-ра М. Галанина* 242

Новое изложеніе общей теоріи безцентренныхъ кривыхъ 2-го порядка. *И. Долбня* 261

Географическія замѣтки. *М. Литвинова* 269

Двадцатипятилѣтіе Педагогическаго Музея. 274

Г.-л. Петръ Петровичъ Глотовъ. Некрологъ 276

Для библіографическихъ справокъ 280

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

издаваемый

при

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

МАРТЪ, 1889.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин. 7.
1889.

М. С.
ТИПОГРАФІЯ
М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 2 Л. 7
1576

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Учитель и даровитые ученики [1].

3.

Два рода воздѣйствія учителя и школы на даровитыхъ учениковъ представляются намъ возможными. Либо даровитость мальчика уже обозначилась, и учитель, замѣтивъ недюжинную натуру своего ученика, сознательно и намѣренно привлекаетъ послѣдняго къ работѣ, какая, по его мнѣнію, можетъ способствовать правильному росту и развитію его таланта. Либо даровитость ученика еще не обозначилась, и учитель, не подозрѣвая скрытыхъ въ юношѣ силъ, ведетъ свои занятія съ классомъ какъ умѣетъ, по своимъ знаніямъ, способностямъ и проч., и, благодаря качествамъ его преподаванія, дремавшія способности ученика пробуждаются и даютъ себя чувствовать прежде всего самому этому ученику, а затѣмъ становятся видными и учителю. Если мы усвоимъ себѣ взглядъ, что таланты желательны, что не слѣдуетъ допускать ихъ глохнуть, то мы естественно придемъ къ вопросу, какія же качества преподаванія слѣдуетъ признать благопріятными пробужденію талантовъ? Рѣшеніе этого вопроса и составляетъ прямую задачу предлагаемой статьи.

[1]) Продолженіе. См. 1889, № 1.

Новое изложеніе общей теоріи безцентренныхъ кривыхъ 2-го порядка.

§ 1. *Касательная.* Уравненіе безцентренной кривой 2-го порядка есть

$$(ax + by)^2 + Dx + Ey + F = 0,$$

или, что одно и тоже,

$$(ax + by + c)^2 + D'x + E'y + F' = 0.$$

Теорема 1. Если уравненіе безцентренной кривой есть

$$(ax + by + c)^2 + Dx + Ey + F = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (1)$$

то прямая

$$Dx + Ey + F = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (2)$$

есть касательная къ кривой.

Возьмемъ прямую

$$Dx + Ey + F + h^2 = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; \quad (3)$$

параллельную (2); положимъ, что h безконечно малая величина и будемъ искать точки пересѣченія этой прямой съ даннаго кривою.

Для этого надо рѣшить совмѣстно ур. (1) и (3).

Имѣемъ

$$(ax + by + c)^2 = h^2,$$

или

$$ax + by + c = \pm h.$$

Координаты точекъ пересѣченія прямой съ кривою найдутся изъ двухъ системъ уравненій

$$\left.\begin{array}{r}ax+by+c=h\cdot\\ Dx+Ey+F+h^2=0\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

и

$$\left.\begin{array}{r}ax+by+c=-h\\ Dx+Ey+F+h^2=0.\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

Пусть x_1, y_1 суть корни системы (4) и x_2, y_2—корни (5) системы. Когда h обратится въ нуль, (3) прямая совпадетъ со (2), а x_1, y_1 сдѣлаются равными x_2, y_2. Отсюда слѣдуетъ, что прямая $Dx+Ey+F=0$ пресѣкаетъ кривую въ двухъ совпадающихъ точкахъ, слѣдовательно, прямая эта есть касательная къ кривой, ч. и. с. д.

Примѣръ 1. Дана кривая (парабола).

$$(x+y)^2+2x+3y-9=0.$$

Найти уравненіе касательной въ A (1,1), лежащей на кривой.

Данному уравненію даемъ форму

$$(x+y+c)^2+(2-2c)x+(3-2c)y-(c^2+9)=0.$$

Прямая $(2-2c)x+(3-2c)y-(c^2+9)=0$ изображаетъ всякую касательную при неопредѣленности c.

Выберемъ c подъ условіемъ, что точка A (1,1) лежитъ на касательной. Имѣемъ тождество

$$c^2+4c+4=0,\ \text{откуда}\ c=-2.$$

Слѣдовательно, черезъ точку A (1,1) можно провести касательную $6x+7y-13=0$.

Примѣръ 2. Дана кривая.

$$(x+y)^2+2x-y-5=0$$

и точка B (0,3), лежащая внѣ кривой. Найти пару касательныхъ къ кривой изъ точки B. Искомая касательная будетъ

$$(2-2c)x-(1+2c)y-(5+c^2)=0.$$

Точка B (0,3) лежитъ на касательной, а потому имѣемъ тожество

$$3+6c+5+c^2=0,$$

откуда

$$c=-3\pm\sqrt{9-8};\ c_1=-4;\ c_2=-2.$$

Имѣемъ двѣ касательныя

$$1)\ 2x+y-3=0;\quad 2)\ 10x+7y-21=0.$$

Примѣръ 3. Дана кривая

$$(x+2y)^2+x+y-11=0.$$

Найти уравненіе касательной къ кривой, которая была бы параллельна прямой $7x+13y=0$.

Уравненіе всякой касательной есть

$$(1-2c)\,x+(1-4c)\,y-(11+c^2)=0.$$

Для опредѣленія c имѣемъ условіе

$$\frac{1-2c}{1-4c}=\frac{7}{13}$$

или

$$13-26c=7-28c,$$

откуда $c=-3$, слѣдов., искомая касательная будетъ

$$7x+13y-20=0.$$

Примѣръ 4. Дана кривая

$$(x-2y)^2+x-y-2=0$$

и прямая

$$5x+3y=0.$$

Найти уравненіе касательной, перпендикулярной къ данной прямой. Уравненіе всякой касательной есть

$$(1-2c)\,x+(4c-1)\,y-(2+c^2)=0.$$

Для опредѣленія c имѣемъ

$$-\frac{1-2c}{4c-1}=\frac{3}{5},$$

или

$$5-10c=-12c+3,$$

откуда $c=-1$; слѣд., искомая касательная будетъ

$$3x-5y-3=0.$$

§ 2. *Діаметры. Теорема 2.* Дана парабола

$$(ax+by+c)^2+Dx+Ey+F=0\ \ldots\ldots\ (1)$$

Прямая $ax+by+c=0$ дѣлитъ пополамъ систему хордъ, параллельныхъ касательной $Dx+Ey+F=0$.

Одна изъ таковыхъ хордъ будетъ

$$Dx + Ey + F + h^2 = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

гдѣ h перемѣнная величина (параметръ). Рѣшая (1) и (2), имѣемъ

$$(ax + by + c)^2 = h^2,$$

или

$$ax + by + c = \pm h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Рѣшая (3) совмѣстно со (2), находимъ двѣ пары рѣшеній $x_1\, y_1$; x_2, y_2; пусть x_1, y_1 удовлетворяютъ уравненію

$$ax + by + c = h,$$

а x_2, y_2 — уравненію

$$ax + by + c = -h;$$

тогда имѣемъ два тождества

$$ax_1 + by_1 + c = h,$$
$$ax_2 + by_2 + c = -h,$$

или

$$a\,(x_1 + x_2) + b\,(y_1 + y_2) + 2c = 0,$$

или

$$a\,\frac{x_1 + x_2}{2} + b\,\frac{y_1 + y_2}{2} + c = 0;$$

откуда видно, что точка, которой координаты $\frac{x_1 + x_2}{2}$, $\frac{y_1 + y_2}{2}$ лежитъ на прямой

$$ax + by + c = 0;$$

значитъ, эта прямая дѣлитъ пополамъ хорды вида

$$Dx + Ey + F + h_2 = 0, \text{ ч. и. с. д.}$$

Опредѣленіе 1. Прямая, дѣлящая пополамъ систему параллельныхъ хордъ, называется *діаметромъ*.

Слѣдствіе. Парабола, выраженная уравненіемъ

$$(ax + by + c)^2 + Dx + Ey + F = 0,$$

имѣетъ безчисленное множество діаметровъ и всѣ они параллельны прямой $ax + by = 0$; значитъ, уравненіе каждаго діаметра имѣетъ форму

$$ax + by + h = 0,$$

гдѣ h перемѣнная величина.

Опредѣленіе 2. Діаметръ $ax + by + c = 0$ называется *сопряженнымъ* съ касательной $Dx + Ey + F = 0$.

Задача. Дана парабола

$$(x-y)^2+2x-y-4=0.$$

Найти геометрическое мѣсто срединъ хордъ, параллельныхъ прямой $4x-3y=0$. Если искомый діаметръ есть

$$x-y+c=0,$$

то сопряженная съ нимъ касательная будетъ

$$(2-2c)\,x+(2c-1)\,y-(4+c^2)=0.$$

Она параллельна прямой $4x-3y=0$;

значитъ $$\frac{2-2c}{2c-1}=-\frac{4}{3},$$

откуда $$c=-1.$$

Искомое мѣсто будетъ

$$x-y-1=0.$$

§ 3. *Ось симметріи. Опредѣленіе* 3. Діаметръ, перпендикулярный къ сопряженной съ нимъ касательной, называется *осью симметріи.*

Если уравненіе параболы есть

$$(ax+by)^2+Dx+Ey+F=o;\ \ldots (1)$$

то уравненіе всякаго діаметра будетъ

$$ax+by+h=o.$$

Уравненію (1) даемъ форму

$$(ax+by+h)^2+(D-2ah)\,x+(E-2bh)\,y+F-h^2=o,$$

гдѣ h выбираемъ подъ условіемъ, что прямыя

$$ax+by+h=o \text{ и } (D-2ah)\,x+(E-2bh)\,y+F-h^2=o$$

взаимно перпендекулярны.

Примѣръ 5. Найти уравненіе оси симметріи параболы

$$(x+y)^2+3x-y+5=o.$$

Даемъ уравненію форму

$$(x+y+h)^2+(3-2h)\,x-(1+2h)\,y+5-h^2=o.$$

Для опредѣленія h имѣемъ условіе

$$\frac{3-2h}{1+2h}=1;$$

или

$$3-2h=1+2h,$$

или

$$4h=2\ ,\ h=\frac{1}{2}.$$

Ось симметріи будетъ

$$2x+2y+1=o,$$

а сопряженная касательная

$$2x-2y+\frac{19}{4}=o,$$

или

$$8x-8y+19=o.$$

§ 4. *Преобразованіе координатъ.*

Возьмемъ параболу

$$(3+4y)^2+2x+11y+3=o.$$

Пусть $3x+4y+h=o$ есть ось симметріи.
Уравненію кривой даемъ видъ

$$(3x+4y+h)^2+(2-6h)\,x+(11-8h)\,y+3-h^2=o.$$

Для нахожденія h имѣемъ уровненіе

$\frac{6h-2}{11-8h}=\frac{4}{3}$, откуда $h=1$, и уравненіе кривой будетъ

$$(3x+4y+1)^2+3y-4x+2=o.$$

Возьмемъ ось симетріи $3x+4y+1=o$ за новую ось X-въ, а касательную къ ней перпендикулярную $3y-4x+2=o$ за новую ось Y-въ. Для новыхъ перемѣнныхъ координатъ имѣемъ формулы

$$X=\frac{3y-4x+2}{\pm 5}\ ;\ Y=\frac{3x+4y+1}{\pm 5},$$

отсюда

$$3y-4x+2=\pm 5\,X\,;\,3x+4y+1=\pm 5\ Y;$$

а потому уравненіе кривой будетъ

$$25\,Y^2\pm 5\,X=o,$$

или

$$Y^2=\pm\frac{1}{5}X.$$

главный параметръ $p=\frac{1}{5}$.

Примѣръ. Дана парабола

$$(5x+12y)^2-2x+29y+10=o.$$

Имѣемъ

$$(5x+12y+h)^2-(2+10h)\,x+(29-24h)\,y+10-h^2=0;$$

$$\frac{2+10h}{29-24h}=\frac{12}{5},\ 10+50h=348-228h,\ h=1;$$

уравненіе кривой будетъ

$$(5x+12y+1)^2+5y-12x+9=0.$$

Имѣемъ

$$Y=\frac{5x+12y+1}{\pm 13},\ X=\frac{5y-12x+9}{\pm 13},$$

преобразованное уравненіе есть

$$169Y^2\pm 13X=0,$$

главный параметръ $p=\frac{1}{13}$.

Примѣчаніе. Методъ преобразованія координатъ, изложенный въ § 4, заимствованъ у *Салмона.*

§ 5. *Фокусъ и директриса. Опредѣленіе 4.* Точка пересѣченія оси симметріи съ сопряженной касательной называется *вершиною параболы.* Если по оси симметріи отъ вершины отложить длину, равную $\frac{p}{4}$, то получится точка, называемая *фокусомъ.* Если такое же разстояніе отложить въ прямо противоположную сторону и черезъ конецъ означеннаго отрѣзка провести прямую, перпендекулярную къ оси симметріи, то получится такъ называемая *директриса* параболы.

Теорема 3. Точки параболы находятся въ равномъ разстояніи какъ отъ фокуса, такъ и отъ директрисы.

Дадимъ уравненію пароболы форму $y^2=4px$. Разстояніе точки M $(x,\ y)$ до директрисы есть

$$\delta=x+p,$$

а разстояніе до фокуса есть

$$\varsigma=\sqrt{y^2+(p-x)^2}=\sqrt{4px+(p-x)^2}=x+p,$$

слѣд.

$$\delta=\varsigma,\ \text{ч. и. с. д.}$$

Примѣръ. Дана парабола

$$(x-y)^2-6x-6y+3=0 \;\ldots\; (1)$$

Найти координаты фокуса и уравн. директрисы.

Ищу ось симметріи; уравненіе ея есть

$$x-y=0\,,\;\ldots\;(2);$$

вершина пароболы есть

$$0\left(\frac{1}{4}\,,\frac{1}{4}\right).$$

Главный параметръ $p=3\sqrt{2}$

Называя координаты фокуса черезъ α и β, имѣемъ два уравненія

$$\alpha-\beta=0$$

$$\sqrt{\left(\alpha-\frac{1}{4}\right)^2+\left(\beta-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}\,,$$

или

$$\sqrt{2\left(\alpha-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{4},$$

откуда

$$\alpha=\beta=1;$$

значитъ, фокусъ опредѣляется координатами F (1,1).

Директриса перпендикулярна прямой $x-y=0$; уравненіе ея имѣетъ форму

$$x+y+h=0$$

Для нахожденія h имѣемъ условіе

$$\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+h}{\pm\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4},$$

откуда

$$h+\frac{1}{2}=\pm\frac{3}{2},$$

$$h_1=1,\; h_2=-2$$

Изъ двухъ результатовъ $x+y+1=0$ и $x+y-2=0$ выбираемъ первый, потому что уравненію директрисы не должны удовлетворять координаты фокуса.

И. Долбня.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ

СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

МАРТЪ, 1890.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 2 лин., 7.
1890.

ТИПОГРАФІЯ
М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 2 Л. 7
1691

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Дѣтскіе годы С. Т. Аксакова.

Психолого-педагогическій этюдъ.

Существеннымъ дополненіемъ теоретическихъ, общихъ изслѣдованій о законахъ и условіяхъ развитія человѣка служатъ правдивыя и обстоятельныя повѣствованія о ходѣ и обстоятельствахъ развитія отдѣльныхъ личностей, автобіографіи, записки и наблюденія постороннихъ лицъ, могшихъ основательно ознакомиться съ исторіей извѣстнаго лица. Такими сказаніями и свидѣтельствами можно провѣрять общія теоретическія положенія о законахъ и условіяхъ развитія человѣка, ими возбуждается много интересныхъ и важныхъ психологическихъ и педагогическихъ вопросовъ, они воочію показываютъ, какъ формируется человѣческая личность, что, какія вліянія оставляютъ глубокіе, а какія поверхностные слѣды на складѣ личности. Если наблюдаемое лицо было выше посредственности, чѣмъ либо выдалось надъ толпой, тѣмъ интереснѣе и поучительнѣе правдивыя сказанія о его развитіи, автобіографическія или сторонних наблюдателей.

Въ «Семейной Хроникѣ», «Воспоминаніяхъ» и «Дѣтскихъ годахъ Багрова-внука» С. Т. Аксаковъ довольно подробно описалъ своихъ дѣда и бабушку, отца и мать и разсказалъ исторію

Дополненіе къ школьной теоріи неопредѣленныхъ уравненій.

§ 1. *Теорема I.* Если A и B суть числа первыя между собою, то неопредѣленное уравненіе

$$Ax + By = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

имѣетъ цѣлыя рѣшенія.

Доказательство. Ищемъ общаго наибольшаго дѣлителя между A и B послѣдовательнымъ дѣленіемъ. Назовемъ чрезъ

$$q_1,\ q_2,\ \ldots\ q_n$$

послѣдовательныя частныя, чрезъ

$$r_1,\ r_2,\ \ldots\ r_n$$

послѣдовательные остатки. Тогда получимъ рядъ тождествъ

$$\begin{aligned} &(а)\ A = Bq_1 + r_1, \\ &(б)\ B = r_1 q_2 + r_2, \\ &(в)\ r_1 = r_2 q_3 + r_3, \end{aligned}$$

$$r_{n-2} = r_{n-1}\, q_n + r_n\,,$$

гдѣ $r_n = 1$, потому что A и B первыя между собою.

Опредѣляя r_1 изъ (а) и внося въ (б), получимъ формулу вида

$$r_2 = A\alpha_1 + B\beta_1,$$

гдѣ α_1 и β_1 цѣлыя числа. Изъ ур. (в) найдемъ

$$r_3 = A\alpha_2 + B\beta_2,$$

и т. д., наконецъ

$$r_n = A\alpha_{n-1} + B\beta_{n-1},$$

гдѣ α_{n-1} и β_{n-1} цѣлыя числа. А такъ какъ $r_n = 1$, то

$$A\alpha_{n-1} + B\beta_{n-1} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Сравнивая (1) со (2), убѣждаемся, что данное неопредѣленное уравненіе имѣетъ пару цѣлыхъ рѣшеній

$$x = \alpha_{n-1}, \; y = \beta_{n-1}, \text{ ч. и с. д.}$$

Теорема II. Если A и B суть числа взаимно первыя, то неопредѣленное уравненіе

$$Ax + By = C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

имѣетъ цѣлыя рѣшенія.

Доказательство. По предыдущему уравненіе

$$Ax + By = 1$$

имѣетъ цѣлыя рѣшенія, слѣдовательно, всегда найдутся два цѣлыхъ числа α и β, дающія тождество

$$A\alpha + B\beta = 1.$$

Умножая обѣ части на C, получимъ

$$AC\alpha + BC\beta = C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Сравнивая (3) и (4), находимъ

$$x = C\alpha, \; y = C\beta,$$

гдѣ $C\alpha$ и $C\beta$ цѣлыя числа.

§ 2. *Теорема III.* Если AC дѣлится на B и A первое съ B, то C дѣлится на B.

Доказательство. Такъ какъ A первое съ B, то всегда можно найти два цѣлыхъ числа α и β, дающія тождество

$$A\alpha + B\beta = 1,$$

или

$$AC\alpha + BC\beta = C.$$

Оба слагаемыя первой части этого равенства дѣлятся на B, слѣдовательно, и C дѣлится на B, что и с. д.

Теорема IV. Если A и C оба первыя съ B, то первое съ B и ихъ произведеніе.

Доказательство. Разсуждая, какъ въ предыдущей теоремѣ, получимъ тождество

$$AC\alpha + BC\beta = C.$$

Отсюда видно, что всякій общій дѣлитель AC и B долженъ быть дѣлителемъ C, но такъ какъ B и C не имѣютъ никакого общаго дѣлителя, то AC и B первые между собою, ч. и с. д.

Изложенныя здѣсь четыре важныя теоремы не составляютъ роскоши: онѣ крайне необходимы въ элементарномъ преподаваніи; съ этимъ согласится каждый учитель.

И. Долбня.

Студ. библ. 29/II 92.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



МАРТЪ—1892.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.

КНИЖКА 303.

Мартъ, 1892 годъ.

СОДЕРЖАНІЕ:

ЧАСТЬ ОФИЦІАЛЬНАЯ.

стг.

Приказы по военно-учебнымъ заведеніямъ. № 8, 9 и 10. . 9

Циркуляры по военно-учебнымъ заведеніямъ. № 1, 2, 4, 5 и 6. 15

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Шестидесятилѣтіе Главнаго Управленія военно-учебныхъ заведеній. 1832—1892 г. *М. С. Лалаева* 1

Воспитательная сила науки. *Ст. Бертло*. 241

Задачникъ по исторіи среднихъ вѣковъ и по русской исторіи до Іоанна III. Для старшаго возраста. *А. Кролюницкаго* 251

Реформа преподаванія рисованія во Франціи. Ст. 2-я. Клас. худ. *С. Васильева* 270

Нѣсколько замѣчаній на ст. г. Попруженко «О дѣленіи на нуль». *В. Попова* 299

О полушаріяхъ. (Методическая замѣтка по поводу карты полушарій А. Линберга). *И. В. Юркевича* 304

Замѣтка о непрерывныхъ дробяхъ. *И. П. Долбня* . . . 312

Изъ записной книжки редакціи 315

Критика и библіографія: Русскіе путешественники. Путешествія Н. М. Пржевальскаго, М. А Лялиной (318). 1001 задача. С. Рачинскаго 320

Для библіографическихъ справокъ 322

Объявленія 327

Въ приложеніи: Подвижной каталогъ книжнаго склада М. М. Стасюлевича № 15.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ

СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

МАРТЪ, 1892.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.
1892.

ТИПОГРАФІЯ М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 5 ЛИН. 28

1910

КРАТКІЙ ОЧЕРКЪ

ОБРАЗОВАНІЯ И РАЗВИТІЯ

ЦЕНТРАЛЬНАГО УПРАВЛЕНІЯ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

1832 $^{11}/_{29}$ 1892



По офиціальнымъ источникамъ составилъ М. Лалаевъ.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
1892.

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Воспитательная сила науки.

(Статья Бертло).

Вопросъ о реформѣ средняго образованія во Франціи рѣшенъ 4-го іюня прошлаго года законодательнымъ порядкомъ [1]).

Этому рѣшенію предшествовала оживленная борьба какъ въ литературѣ, такъ и въ обѣихъ палатахъ.

Одинъ изъ наиболѣе компетентныхъ защитниковъ новаго средняго образованія, членъ Института, сенаторъ, предсѣдатель общества высшаго образованія, стоящій во главѣ редакціоннаго комитета извѣстнаго педагогическаго журнала: Revue internationale de l'enseignement, М. Бертло въ мартовской книжкѣ «Revue des deux mondes» за прошлый годъ помѣстилъ статью подъ заглавіемъ: «Кризисъ въ среднемъ образованіи».

Обрисовавъ офиціальными статистическими данными положеніе общественнаго образованія во Франціи на всѣхъ его ступеняхъ, онъ указалъ на то, какъ государство и семья опредѣляютъ назначеніе средняго образованія, очертилъ діалектическій и классическій фазисы его развитія отъ среднихъ вѣковъ до настоящаго времени, указалъ двѣ основныя формулы средняго образованія и главнымъ образомъ остановился на вопросѣ о воспитательной силѣ науки.

[1]) См. февральскую книжку „Педагогическаго Сборника“ за 1892 годъ.

Замѣтка о непрерывныхъ дробяхъ.

Многолѣтній опытъ мнѣ показалъ, что учащіеся съ большимъ трудомъ овладѣваютъ закономъ составленія подходящихъ дробей; для громаднаго большинства законъ этотъ остается навсегда недоступнымъ, несмотря на искусство и усердіе учителя.

Помѣщаю здѣсь *совершенно новое* изложеніе этого вопроса въ надеждѣ привлечь къ нему вниманіе преподавателей.

§ 1. Возьмемъ непрерывную дробь.

$$y = a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \cfrac{1}{a_4 + \cdots + \cfrac{1}{a_k + \cfrac{1}{a_{k+1} + \cdots + \cfrac{1}{a_n}}}}}}$$

Непрерывную дробь

$$a_{k+1} + \cfrac{1}{a_{k+2} + \cdots + \cfrac{1}{a_n}},$$

начинающуюся съ a_{k+1}, будемъ называть *полнымъ частнымъ* к-го порядка и обозначать черезъ x_k; цѣлую часть a_{k+1} полнаго частнаго x_k будемъ называть *неполнымъ частнымъ*, слѣдуя въ обоихъ случаяхъ общеизвѣстной терминологіи. Тогда

$$y = a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \cdots + \cfrac{1}{a_k + \cfrac{1}{x_k}}}} \ldots\ldots \quad (1)$$

§ 2. *Лемма.* Если къ цѣлому числу a прибавить несократимую дробь $\frac{\alpha}{\beta}$, то полученная дробь

$$a+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{a\beta+\alpha}{\beta}$$

будетъ также несократимая. Доказательство не представляетъ никакого затрудненія, если принять во вниманіе, что ни одинъ изъ дѣлителей знаменателя не можетъ раздѣлить числителя.

Слѣдствіе 1. Если обращать непрерывную дробь

$$y=a_1+\cfrac{1}{a_2+\cdots+\cfrac{1}{a_n}}$$

въ обыкновенную, то въ результатѣ получится несократимая дробь.

Слѣдствіе 2. Всѣ подходящія дроби несократимы.

§ 3. Полагая

$$x_k=\frac{\beta}{\alpha},$$

мы должны имѣть въ виду, что β и α первыя между собою. Имѣемъ

$$y=a_1+\cfrac{1}{a_2+\cdots+\cfrac{1}{a_k+\cfrac{\alpha}{\beta}}}\;\ldots\ldots\;(2)$$

Если обращать непрерывную дробь (2), то получится формула вида

$$y=\frac{A\alpha+B\beta}{A'\alpha+B'\beta}\;\ldots\ldots\;(3)$$

гдѣ A, B, A', B' цѣлыя числа,

а

$$\frac{A\alpha+B\beta}{A'\alpha+B'\beta}$$

есть несократимая дробь.

Дѣлая во (2) и (3) $\alpha=o$, получимъ

$$\frac{P_k}{Q_k}=\frac{B}{B'}$$

А полагая $\beta = o$, получимъ

$$\frac{P_{k-1}}{Q_{k-1}} = \frac{A}{A'}$$

Докажемъ, что $\frac{A}{A'}$ и $\frac{B}{B'}$ суть несократимыя дроби. Для доказательства положимъ противное: пусть

$$A = am,\ A' = a'm,$$
$$B = bn,\ B' = b'n$$

Тогда

$$y = \frac{am\alpha + bn\beta}{a'm\alpha + b'n\beta}.$$

Здѣсь α и β подчинены только одному условію: они должны быть взаимно первыми; m и n суть также взаимно-первыя, иначе (3) была бы дробь сократимая; а потому можно взять

$$\alpha = n,\ \beta = m,$$

а тогда

$$y = \frac{amn + bmn}{a'mn + b'mn},$$

слѣдовательно, представитъ сократимую дробь, чего не можетъ быть. На этомъ основаніи

$$A = P_{k-1},\ A' = Q_{k-1},\ B = P_k,\ B' = Q_k,$$

слѣд.

$$y = \frac{P_{k-1}\alpha + P_k\beta}{Q_{k-1}\alpha + Q_k\beta}.$$

Полагая $\alpha = 1$; $\beta = a_{k+1}$, получимъ

$$\frac{P_{k+1}}{Q_{k+1}} = \frac{P_k A_{k+1} + P_{k-1}}{Q_k A_{k+1} + Q_{k-1}}.$$

Это равенство выражаетъ законъ составленія подходящихъ дробей.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



АВГУСТЪ—1892.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.

КНИЖКА 308.

Августъ, 1892 годъ.

СОДЕРЖАНІЕ:

ЧАСТЬ ОФИЦІАЛЬНАЯ.

стр.

Дополненіе къ Высочайшему приказу 7 іюля 59

Высочайшій смотръ кадетамъ Петергофскаго лагеря. . 60

Приказы по военному вѣдомству, № 161 и 178 61

Приказы по военно-учебнымъ заведеніямъ, №№ 32, 36 и 38. 64

Циркуляры по военно-учебнымъ заведеніямъ, №№ 21, 22, 23, 25 и 27 68

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Періодичность въ развитіи дѣтской природы. Д-ра *А. С. Виреніуса* 89

Драматическая поэзія. М. Карьера. Пер. *В. Яковлева*. II. 109

О пользованіи въ учебное время живыми растеніями и животными на урокахъ ботаники и зоологіи. *Е. Ершова*. 126

Замѣтка о нѣкоторыхъ основныхъ вопросахъ элементарной алгебры. *И. Д.* 139

Объ электролизѣ. (Замѣтка). *В. Машина*. 145

Задачникъ по исторіи сред. вѣковъ и по русской исторіи до Іоанна III-го. (Прололженіе). *А. Кролюницкаго*. . 151

Условія правильной постановки и преподаванія общеобразовательнаго пѣнія въ средне-учеб. заведеніяхъ. I. *А. Пузыревскаго* 158

Теорема Эйлера, относящаяся къ выпуклымъ многогранникамъ, и одно изъ ея слѣдствій. *С.* 175

Для библіографическихъ справокъ 183

Въ приложеніи: 1) Краткій обзоръ дѣятельности Пед. Муз. за 1890/91 и 1891/92 уч. годы. 2) Подвижной каталогъ книжнаго склада М. М. Стасюлевича № 20.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

АВГУСТЪ, 1892.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.
1892.

ТИПОГРАФІЯ М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 5. ЛИН. № 28

1984

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Періодичность въ развитіи дѣтской природы.

Одно изъ любопытныхъ явленій въ жизни ребенка представляетъ болѣе или менѣе рѣзкая, часто какъ бы внезапно обнаруживающаяся мѣна въ тѣлесномъ, умственномъ и нравственномъ его состояніи.

Если слѣдить за ребенкомъ со дня на день и наблюдать всѣ подробности его роста и развитія, то только при большомъ вниманіи можно замѣтить совершающіяся измѣненія въ его тѣлесной и душевной организаціи. Измѣненія эти существуютъ, но явно, наглядно проявляются они тѣмъ очевиднѣе, чѣмъ въ болѣе рѣдкіе сроки приходится наблюдать ребенка. При частомъ же наблюденіи мѣна бросается въ глаза лишь тогда, когда она происходитъ такъ-сказать нежданно-негаданно, когда поражаетъ своими особенностями даже лицъ постоянно окружающихъ ребенка. Вообще, въ ростѣ и развитіи ребенка замѣчается болѣе или менѣе медленный, спокойный, едва уловимый прогрессъ, прерываемый какъ бы случайно и въ рѣдкихъ случаяхъ какой либо крайностью.

Однако, не смотря на кажущуюся достовѣрность подобнаго вывода, онъ оказывается плодомъ болѣе или менѣе поверхностнаго наблюденія. При болѣе внимательномъ отношеніи къ дѣлу въ ходѣ развитія дѣтской природы усматривается нѣкоторая

Замѣтка о нѣкоторыхъ основныхъ вопросахъ элементарной алгебры.

§ 1. Въ появляющихся время отъ времени новыхъ учебникахъ алгебры повторяются ошибки, которыя много лѣтъ тяготѣютъ надъ нашей школой, благодаря преобладающему господству руководствъ Давидова и Малинина. Непоправимый недостатокъ большинства старыхъ и новыхъ учебниковъ заключается въ неясномъ пониманіи самими авторами духа алгебры, т.-е. того руководящаго начала, которое дѣйствуетъ въ алгебрѣ отъ первой ея страницы и до послѣдней. Слѣдствіемъ такого пониманія является отсутствіе единства при развитіи алгебраическихъ идей; другими словами: идеи, являющіяся послѣдствіемъ одного и того же принципа, у нашихъ авторовъ строятся на самыхъ разнообразныхъ и, большею частію, шаткихъ основаніяхъ. Этотъ недостатокъ не мѣшаетъ каждому учебнику очень хорошо выполнять свое практическое назначеніе: слѣдуя указаніямъ книги, ученикъ овладѣваетъ числовой и буквенной выкладкой; но теоретическія основанія важнѣйшихъ правилъ не выдерживаютъ самой снисходительной критики.

Ученикъ плохой судія при оцѣнкѣ строгости доказательствъ: онъ вѣритъ тому, что́ говоритъ учитель, и никогда не догагадается самостоятельно, что правила, обязательныя къ исполненію, не доказаны, а навязаны. Мы полагаемъ, что будетъ не безъинтересно дать ясный отчетъ: въ чемъ заключается главное руководящее начало элементарной алгебры и какъ оно примѣняется во всѣхъ щекотливыхъ случаяхъ, вызывающихъ столько

споровъ и столько разнообразныхъ толкованій. Начало это можетъ быть выражено слѣдующими славами: *свойства и правила, доказанныя для величинъ и дѣйствій реальныхъ, могутъ быть, посредствомъ опредѣленій (условій) распространены на величины и дѣйствія идеальныя.*

§ 2. Первое примѣненіе этого принципа приходится дѣлать при умноженіи на дробь. Извѣстно, съ какими трудностями сопряжена ясная формулировка этого случая умноженія.

Одинъ для этого прибѣгаетъ къ опредѣленію умноженія, какъ дѣйствія, посредствомъ котораго произведеніе составляется изъ множимаго такъ, какъ множитель составляется изъ единицы; другой даетъ разсматриваемому случаю умноженія спеціальное опредѣленіе, состоящее въ томъ, что умножить a на $\frac{m}{n}$ значитъ взять $\frac{m}{n}$ частей множимаго; наконецъ третій выводитъ опредѣленіе изъ задачъ, основываясь на томъ, что характеръ дѣйствія не долженъ зависѣть отъ данныхъ чиселъ, а только отъ содержанія задачи. Всѣ эти толкованія, въ извѣстномъ смыслѣ, правильны, ибо ведутъ къ одному и тому же результату, въ истинности котораго никто не сомнѣвается. Тѣмъ не менѣе для всякаго ясно, что всѣ эти пріемы страдаютъ отсутствіемъ твердаго и опредѣленнаго основанія, т.-е. такого основанія, которое нашло бы себѣ примѣненіе во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда въ алгебру вводятся новыя понятія или новыя дѣйствія. Мы думаемъ, что единственный выходъ изъ всякихъ затрудненій заключается въ слѣдующемъ:

Если m дѣлится на n, то частное $\frac{m}{n}$ есть число цѣлое. А тогда будетъ безразлично: будемъ ли мы множить a на частное $\frac{m}{n}$, или умножимъ a на дѣлимое m и произведеніе раздѣлимъ на дѣлителя n. Поэтому

$$a \times \frac{m}{n} = \frac{am}{n}.$$

То, что справедливо для m, дѣлящагося на n, распространяемъ *условно* и на тотъ случай, когда m не дѣлится на n. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ имѣемъ, *по опредѣленію*

$$a \times \frac{m}{n} = \frac{am}{n} \quad \ldots . (1).$$

Возможность такого опредѣленія опирается *единственно* на томъ, что, въ случаѣ m кратнаго n, равенство (1) справедливо. Никакихъ другихъ основаній для введенія въ алгебру (или ариѳметику) дѣйствія

$$a \times \frac{m}{n}$$

быть не можетъ.

Сдѣлавши опредѣленіе новому дѣйствію, уже надлежитъ доказать, что произведеніе (1) обладаетъ всѣми свойствами произведенія составленнаго изъ цѣлыхъ множителей. Хотя этотъ пунктъ не представляетъ никакихъ затрудненій, но объ этомъ никто не заботится.

§ 3. Но самое замѣчательное приложеніе выраженный принципъ находитъ въ ученіи объ отрицательныхъ числахъ.

Если.

$$a < b,$$

то разность

$$a - b$$

не имѣетъ реальнаго значенія; но никто намъ не мѣшаетъ дать $(a - b)$ идеальное значеніе и придумать для количествъ этого рода какое угодно названіе и какое угодно обозначеніе. Согласились эти количества называть *отрицательными* и обозначать такъ

$$a - b = -(b - a).$$

На этомъ основаніи

$$o - a = -(a - o) = -a.$$

Изъ ариѳметики извѣстно, что, если

$$a > b,$$

то

$$A + (a - b) = A + a - b$$

и

$$A - (a - b) = A - a + b.$$

Согласимся эти равенства *принимать* во всѣхъ возможныхъ случаяхъ. Единственное основаніе для такого условія заклю-

чается въ томъ, что при $a > b$ написанныя равенства имѣютъ реальное значеніе: даемъ имъ идеальное значеніе при $a < b$.

Полагая

$$a = o,$$

имѣемъ

$$\left.\begin{array}{l} A + (-b) = A - b \\ A - (-b) = A + b \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (2)$$

Равенство

$$(a - b) + (c - d) = (a + c) - (b + d) \ldots . (3)$$

имѣетъ реальное (ариѳметическое) значеніе при

$$a > b \text{ и } c > d.$$

Даемъ этому равенству идеальное значеніе при несоблюденіи этихъ условій.

Принимая (3) во всѣхъ возможныхъ случаяхъ, положимъ сначала

$$a = o,\ c = o;$$

тогда

$$(-b) + (-d) = -(b + d) \ldots . (4)$$

Положимъ еще

$$a = o,\ d = o;$$

тогда

$$(-b) + c = c - b \ldots . (5).$$

Равенство

$$(a - b) - (c - d) = a - b - c + d \ldots . (6)$$

имѣетъ реальное значеніе при

$$a > b,\ c > d,$$
$$a - b > c - d.$$

Даемъ (условно) равенству (6) идеальное значеніе при несоблюденіи этихъ условій, для всѣхъ возможныхъ случаевъ.

Тогда дѣлая

$$a = o,\ c = o,$$

имѣемъ

$$(-b)-(-d)=-b+d \quad \ldots . (7).$$

Дѣлая засимъ

$$a=o,\ d=o,$$

получимъ

$$(-b)-c=-b-c,$$

или, на основаніи (4)

$$(-b)-c=-(b+c) \quad \ldots . (8).$$

Формулами (2), (4), (5), (7), (8) исчерпываются всѣ случаи сложенія и вычитанія съ отрицательными числами.

§ 4. Равенство

$$(a-b)(c-d)=ac-bc-ad+bd \quad \ldots . (9)$$

имѣетъ реальное значеніе при

$$a>b,\ c>d.$$

Имѣемъ полное право *условиться*, что равенство (9) должно имѣть значеніе во всѣхъ возможныхъ случаяхъ.

Если

$$a=o,\ d=o,$$

то

$$(-b)c=-bc \quad \ldots . (10).$$

Если

$$b=o,\ c=o,$$

то

$$a.(-d)=-ad \quad \ldots . (11).$$

Если

$$a=o,\ c=o,$$

то

$$(-b).(-d)=bd \quad \ldots . (12).$$

Формулами (10), (11), (12) *опредѣляются* всѣ случаи умноженія отрицательныхъ чиселъ.

§ 5. Если положительное число A больше положительнаго числа B, то разность

$$A - B$$

очевидно положительная.

Итакъ характерный признакъ неравенства

$$A > B,$$

при A и B реальныхъ, заключается въ томъ, что разность

$$A - B$$

положительное число.

То, что справедливо для величинъ реальныхъ, путемъ *опредѣленія*, распространяю на величины идеальныя и *говорю*: $A > B$, если $A - B$ число положительное. На этомъ основаніи

$$0 > -5\,; -2 > -10.$$

Въ заключеніе скажемъ, что все, написанное въ этой замѣткѣ, очень хорошо и всѣмъ извѣстно; вѣроятно, многое найдется въ тѣхъ, или другихъ книгахъ (всѣхъ книгъ знать нѣтъ возможности). Моя задача (очень скромная) заключалась въ констатированіи всѣмъ извѣстнаго алгебраическаго начала и въ примѣненіи этого начала къ потребностямъ школы. Вѣроятно, моя замѣтка принесетъ долю пользы начинающимъ преподавателямъ, которые, во многихъ отношеніяхъ, оказываются безпомощными и, безъ задней мысли, примутъ совѣты болѣе опытнаго товарища.

Нижній-Новгородъ.

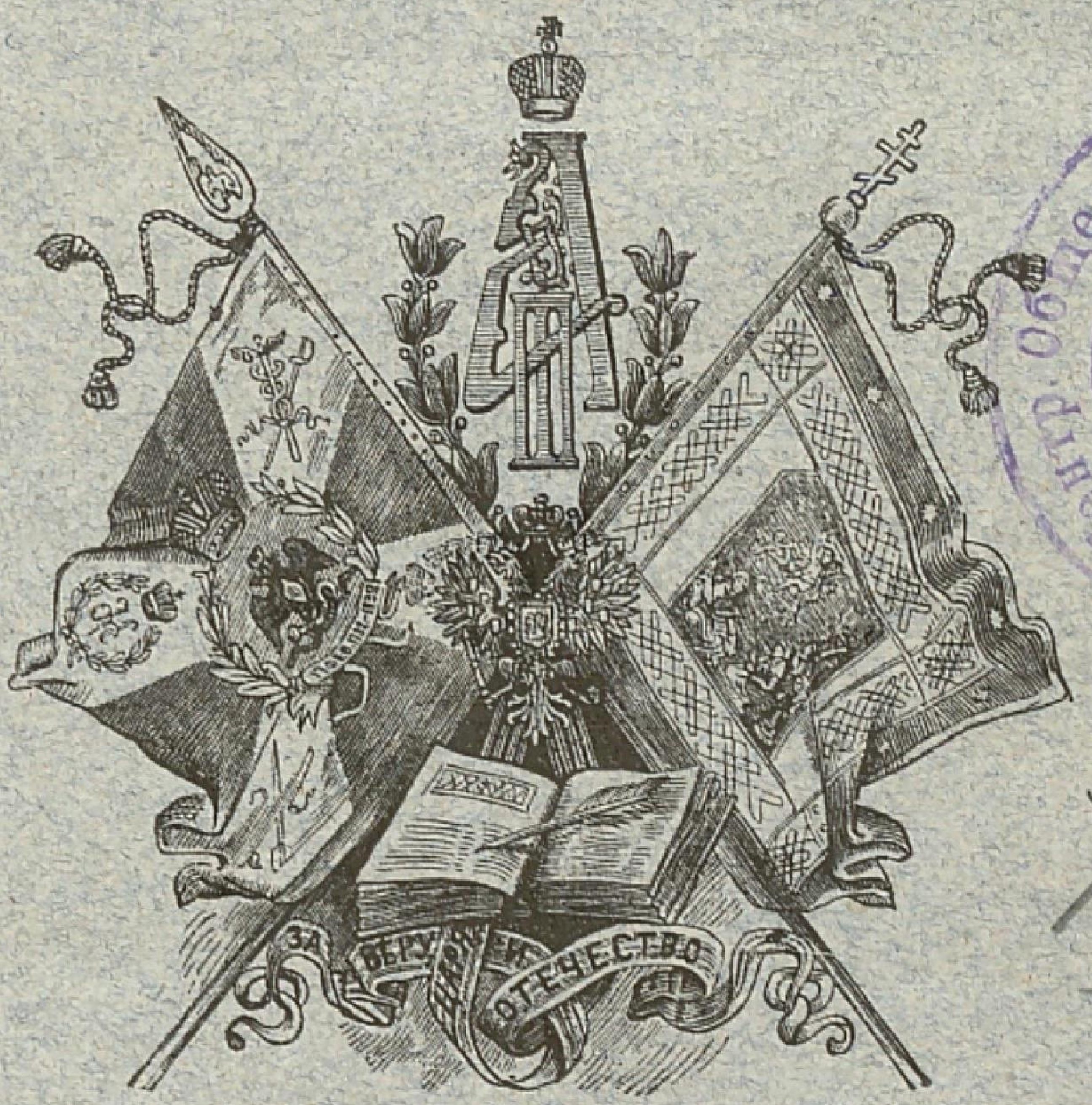
И. Д.

05
П.24.С.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



Центр. Обществ. Библиотека
Р.С.Ф.С.Р.
Инв. 2031
7-12

ІЮЛЬ — 1894.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.

Книжка 331. Іюль. 1894 годъ.

СОДЕРЖАНІЕ:

Часть офиціальная.

	стр.
Выступленіе въ лагерь петербургскихъ кадетскихъ корпусовъ	43
Приказъ по военно-учебнымъ заведеніямъ № 41.	45
Циркуляръ по военно-учебнымъ заведеніямъ № 23	47

Часть неофиціальная.

К. Н. Батюшковъ и его посланіе „Къ Д. В. Дашкову" *А. Флёрова*	1
Замѣтки офицера-воспитателя. К. Д.	28
Связь геометрическихъ формулъ. *В. Кузнецкаго*	51
Замѣтка по поводу столѣтняго юбилея Лобачевскаго. *И. Долбня*.	53
Обзоръ дѣтскихъ книгъ за 1893 годъ. Ст. I. *М. В. Соболева*. .	62
Объявленія.	72

ХЗ/о

16 - АВГ 1973

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

Проверено

8787 94
Книгохранения
10 65 / K

ІЮЛЬ, 1894.

НОВОЧЕРКАССКАЯ
Центральная библиотека
Ин. № 16432
ЧИТЗАЛ

48

20 р

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.
1894.

ТИПОГРАФІЯ М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 5. ЛИН. № 28

2224

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Батюшковъ и его посланіе „Къ Д. В. Дашкову".

Выяснить внутренній міръ поэта, насколько онъ отразился въ произведеніи, тѣ разнообразныя причины, которыми обусловливается порядокъ изложенія и форма выраженія, и нити, связывающія созданіе поэта съ его характеромъ, жизнью и убѣжденіями, съ одной стороны, и съ состояніемъ среды, въ которой вращается поэтъ, и характеромъ историческаго момента, когда онъ живетъ, съ другой,—вотъ задачи, которыя должно преслѣдовать тому, кто, не довольствуясь внѣшнимъ изученіемъ произведенія, хочетъ понять поэта.

Поэтическое произведеніе, при идеальныхъ условіяхъ анализа, можетъ представить данныя не только для характеристики того момента, въ который создано произведеніе, но и душевной жизни поэта въ предшествующій созданію произведенія и даже послѣдующій за нимъ періодъ, для характеристики личности поэта, наконецъ, разнообразныхъ условій, отразившихся на душевной жизни поэта, какъ-то: общества, эпохи и т. д.

Но чтобы идеально разъяснить поэтическое произведеніе, историкъ литературы долженъ изучить поэта, какъ самодѣйствующую личность, и въ зависимости отъ впечатлѣній жизни,

Замѣтка по поводу столѣтняго юбилея Лобачевскаго.

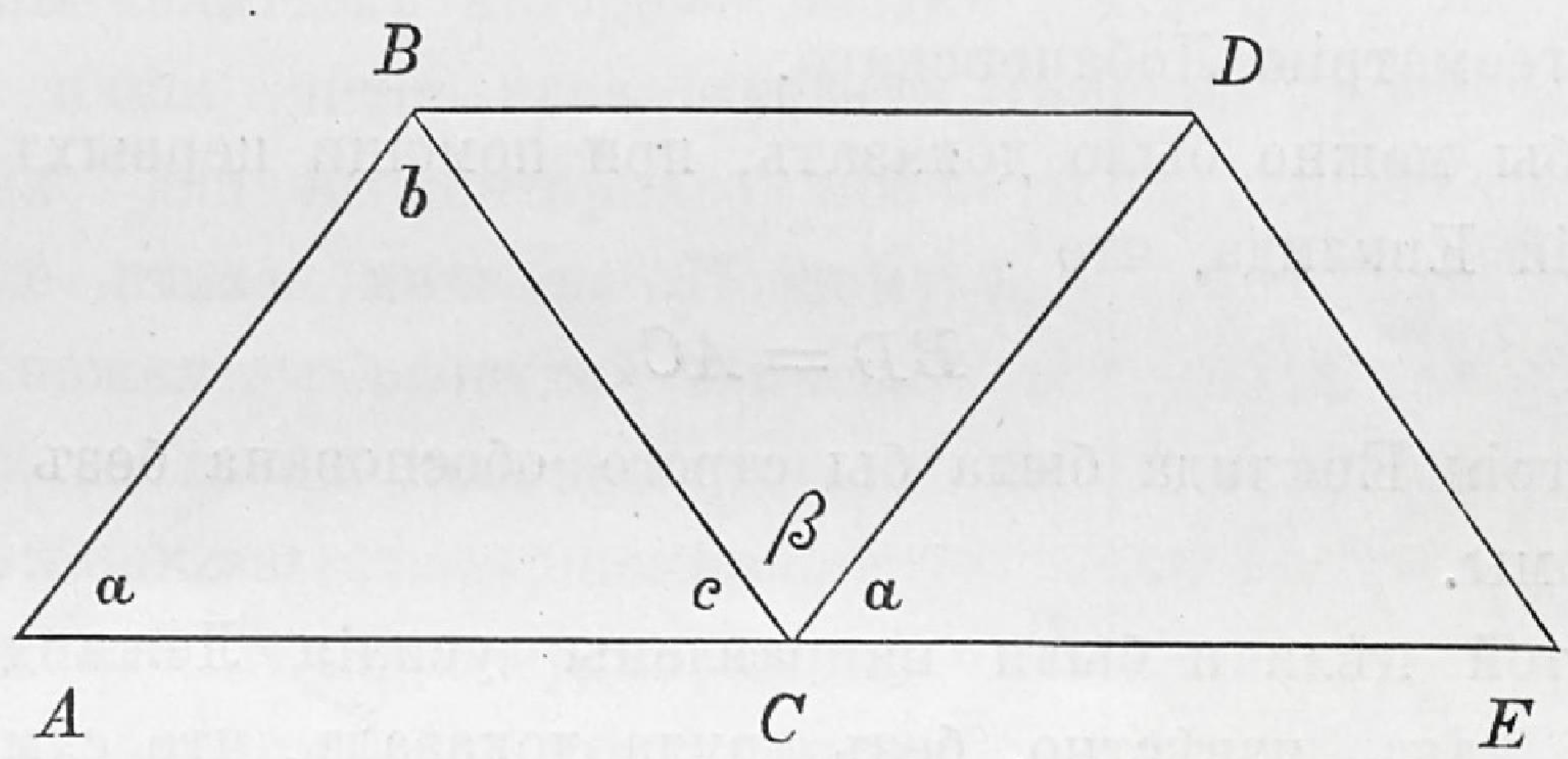
22-го октября истекшаго года повсюду праздновался столѣтній юбилей Лобачевскаго. Можно было ожидать, что торжество это оживитъ нашу педагогическую литературу, такъ какъ всѣ наши ученыя общества принимали участіе въ чествованіи знаменитаго соотечественника. Черезъ посредство журналовъ и газетъ публика узнала, что изъ принциповъ Лобачевскаго выросла новая вѣтвь геометріи, имѣющая обширную литературу, украшенную трудами самыхъ великихъ математиковъ нашего времени. То, что было напечатано у насъ въ Россіи къ юбилею Лобачевскаго, касается, по большей части, XI аксіомы Евклида и столь прославленной, въ послѣднее время, псевдосферы. Сколько я понимаю, изъ фельетоновъ никто не получилъ отчетливаго понятія о заслугахъ Лобачевскаго, ибо газетный фельетонъ очень трудно пріурочить къ ясному положенію геометрическихъ вопросовъ. То, что я рѣшаюсь опубликовать въ настоящее время, есть воспроизведеніе моей лекціи, прочитанной для нижегородской публики въ залѣ Нижегородскаго Реальнаго Училища. Интересъ, который проявила нижегородская публика къ памяти славнѣйшаго изъ своихъ земляковъ, вниманіе, съ какимъ были выслушаны сдѣланныя по этому поводу сообщенія, можно смѣло назвать отраднымъ явленіемъ въ мѣстной жизни. Я не торопился публиковать своего сообщенія съ одной стороны потому, что мною затронуты лишь элементарные вопросы, а съ другой стороны потому, что я ожидалъ трудовъ болѣе полныхъ, исхо-

дящихъ отъ лицъ, занимающихся *спеціально* неевклидовой геометріей. Но многочисленныя заявленія, получаемыя мною отъ моихъ слушателей и учениковъ, случайный досугъ, которымъ я, въ настоящее время, располагаю,—все это побуждаетъ меня написать настоящую замѣтку.

Математику можно раздѣлить на двѣ главныхъ вѣтви: анализъ (алгебру) и геометрію. Алгебра развивается изъ аксіомъ и опредѣленій безусловно à priori, подчиняясь духу обобщенія, и прогрессъ ея не имѣетъ предѣловъ, ибо алгебраическія количества не опираются ни на какую реальность. Не такова геометрія: кромѣ аксіомъ и опредѣленій, геометрія нуждается въ гипотезахъ, или постуллатахъ, ибо геометрическія протяженія болѣе или менѣе реальны. Нельзя выдумывать плоскости и прямой линіи, ибо грубыя подобія этихъ протяженій попадаются намъ на каждомъ шагу. Создавая идеалъ плоскости и прямой линіи, мы лишь отвлекаемся отъ грубой дѣйствительности, но въ основѣ нашихъ представленій лежитъ реальная сущность, съ которой мы должны считаться.

Въ основу своей геометріи Евклидъ положилъ два постуллата, безспорно, заимствованныхъ изъ дѣйствительныхъ фактовъ. Первое положеніе извѣстно подъ именемъ «закона совмѣстимости», а второе касается линіи кратчайшаго разстоянія между двумя точками *на плоскости* (прямой линіи). Первое положеніе относится до плоскости и сферы, второе исключаетъ сферу. Этихъ двухъ положеній было вполнѣ достаточно для развитія геометрической системы до тѣхъ поръ, пока не излагалась теорія параллельныхъ линій. При развитіи этой теоріи встрѣтилось препятствіе, для устраненія котораго понадобилось новое положеніе, извѣстное подъ именемъ XI аксіомы Евклида. Въ послѣднее время стало распространяться мнѣніе, что будто Евклидъ отлично понималъ невозможность вывести à priori XI аксіому изъ первыхъ двухъ постуллатовъ. Мнѣніе это ничѣмъ не можетъ быть подкрѣплено и для нашей цѣли не имѣетъ никакой важности. Равнымъ образомъ мы вполнѣ равнодушны и къ другому мнѣнію, приписывающему прозорливость этого рода Лежандру. Еслибы хоть одно изъ этихъ мнѣній могло быть доказано, то заслуги Лобачевскаго утратили бы

часть своего великаго значенія. Хотя заслуги эти признаны самыми авторитетными критиками, начиная съ Гаусса, я надѣюсь отстоять ихъ самымъ категорическимъ образомъ, не ссылаясь ни на какіе авторитеты. Чтобы сразу показать въ чемъ заключается сущность вопроса, вообразимъ треугольникъ ABC, двигающійся по такой поверхности, которая опредѣляется первыми двумя положеніями Евклида. Если треугольникъ перемѣщать такъ, чтобы основаніе его AC двигалось по



Черт. 1.

собственному своему продолженію, то можно достигнуть того, что точка A придетъ въ точку C; тогда треугольникъ ABC займетъ положеніе CDE. Соединивши вершины B и D линіей кратчайшаго разстоянія BD, получимъ два треугольника: ABC и BCD, у которыхъ

$$AB = CD,\ BC = DE;$$

относительно третьихъ сторонъ возможны три гипотезы, которыя разберемъ отдѣльно.

1) Если $BD = AC$, то треугольники равны; тогда

$$\angle \beta = \angle b.$$

А такъ какъ

$$c + \beta + a = 180^\circ,$$

то

$$a + b + c = 180^\circ;$$

имѣемъ геометрію Евклида.

2) Если $BD < AC$, то

$$\angle \beta < \angle b;$$

тогда

$$a + b + c > 180^\circ;$$

имѣемъ геометрію сферическую.

3) Если $BD > AC$, то

$$\angle \beta > \angle b;$$

тогда

$$a + b + c < 180^\circ;$$

имѣемъ геометрію Лобачевскаго.

Еслибы можно было доказать, при помощи первыхъ двухъ положеній Евклида, что

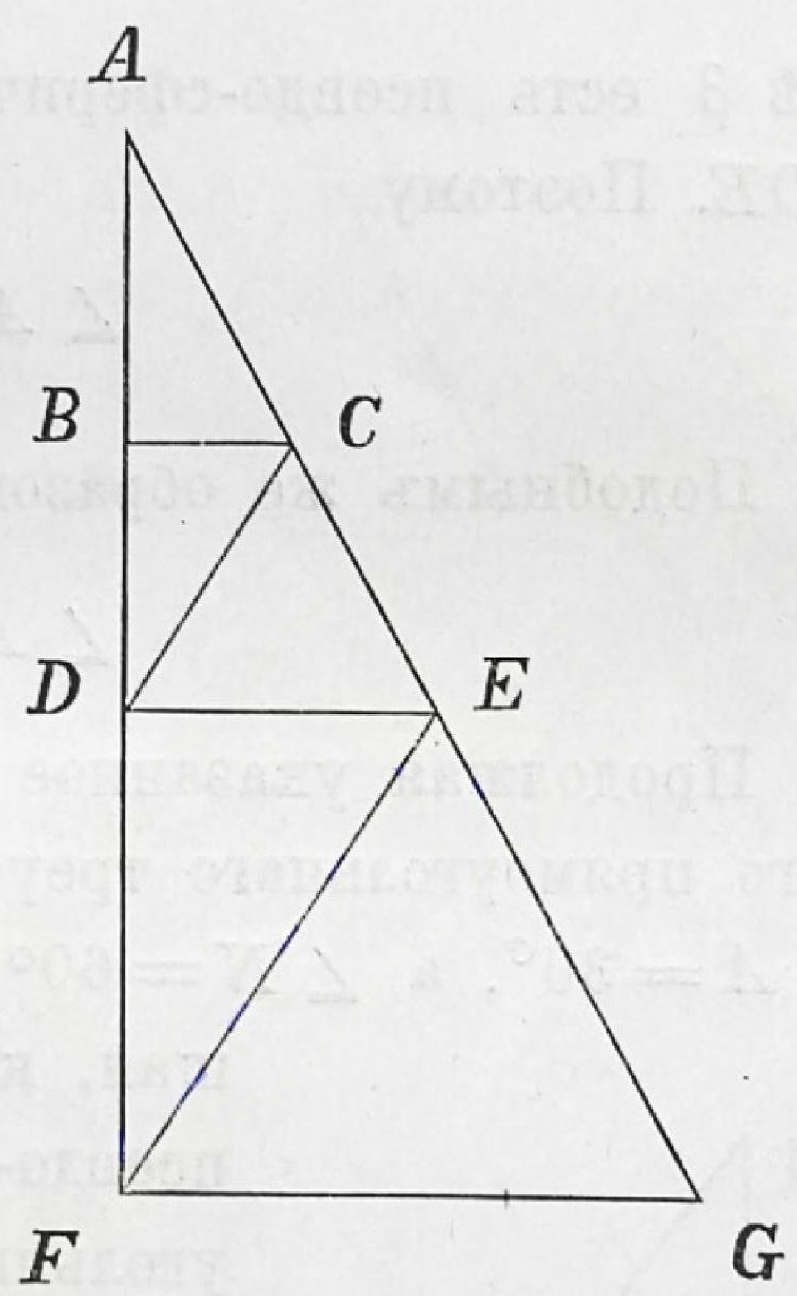
$$BD = AC,$$

то геометрія Евклида была бы строго обоснована безъ помощи XI аксіомы.

Къ этой цѣли и были направлены усилія Лежандра. Лежандръ, какъ извѣстно, безъ труда доказалъ, что сумма внутреннихъ угловъ треугольника не больше двухъ прямыхъ; оставалось доказать, что эта сумма не меньше двухъ прямыхъ. При доказательствѣ этой послѣдней теоремы встрѣтилось затрудненіе, вынудившее Лежандра принять, безъ доказательства, постуллатъ (гипотезу), заключающуюся въ томъ, что черезъ всякую точку *внутри* угла можно провести прямую такъ, что ея продолженія пересѣкутся со сторонами угла. Гипотеза эта очень похожа на истину, если точка лежитъ недалеко отъ вершины угла и если размѣры чертежа позволяютъ опытную провѣрку Лежандровскаго начала. Но если точка удалена отъ вершины угла на большое разстояніе, то опытная провѣрка гипотезы невозможна; тогда уничтожаются всѣ способы провѣрить положеніе Лежандра, и *можно смѣло усомниться въ его истинности*. Заслуга Лобачевскаго заключается вовсе не въ томъ, что онъ нашелъ изысканія Лежандра плохо обоснованными, а въ томъ, что онъ первый объявилъ эти изысканія *прямо невѣрными*. Что изысканія Лежандра плохо обоснованы—это никогда и ни для кого не могло быть тайной; этого не могъ не сознавать и Лежандръ. Лобачевскій первый объявилъ, что

Лежандръ заблуждается, т.-е., что его гипотеза прямо *ошибочна*. Чтобы это заявленіе не оставалось голословнымъ, нужно было построить геометрическую систему, основанную на первыхъ двухъ постуллатахъ Евклида и при томъ такую систему, для которой Лежандровское начало, равно какъ и XI аксіома ошибочны.

Въ полномъ собраніи сочиненій Лобачевскаго, изданномъ Казанскимъ Университетомъ, къ сожалѣнію, первые принципы новой геометріи изложены неясно самимъ знаменитымъ авторомъ; позднѣйшая наша литература сдѣлала очень мало для элементарнаго преподаванія этихъ началъ. Поэтому педагогическая обработка вопроса, вѣроятно, окажется нелишнею.



Черт. 2.

Отрѣшившись совершенно отъ многовѣковаго предразсудка, называемаго XI аксіомой, мы должны признать равноправность двухъ гипотезъ: сумма внутреннихъ угловъ треугольника можетъ быть равна двумъ прямыхъ. При наличности первой гипотезы получается общеизвѣстная геометрія Евклида; поэтому надлежитъ разобрать другую гипотезу, которая и будетъ отнынѣ нашимъ исходнымъ пунктомъ.

Вообразимъ прямоугольный треугольникъ ABC; положимъ, для простоты,

$$\angle BAC = 30^\circ;$$

тогда

$$\angle ACB = 60^\circ - \alpha,$$

гдѣ α есть разность между 180° и суммою S угловъ треугольника ABC. Будемъ называть величины въ родѣ α псевдо-сферическими недостатками треугольниковъ. Если согнуть чертежъ по катету BC, то получится треугольникъ BCD, равный данному ABC. Возставимъ изъ точки D перпендикуляръ DE къ линіи AD и положимъ, что этотъ перпендикуляръ пересѣкается

съ продолженіемъ линіи AC въ точкѣ E. Можетъ случиться, что DE не пересѣкаетъ продолженія линіи AC; этотъ случай разъясняется изъ дальнѣйшаго разсужденія столь естественно, что здѣсь нѣтъ надобности входить въ какія бы то ни было разсужденія. Въ треугольникѣ CDE имѣемъ

$$\angle CDE = 60^\circ,$$
$$\angle DCE = 180^\circ - 60^\circ + \alpha - 60^\circ + \alpha = 60^\circ + 2\alpha,$$
$$\angle AED = 60^\circ - 2\alpha - \beta,$$

гдѣ β есть псевдо-сферическій недостатокъ для треугольника CDE. Поэтому

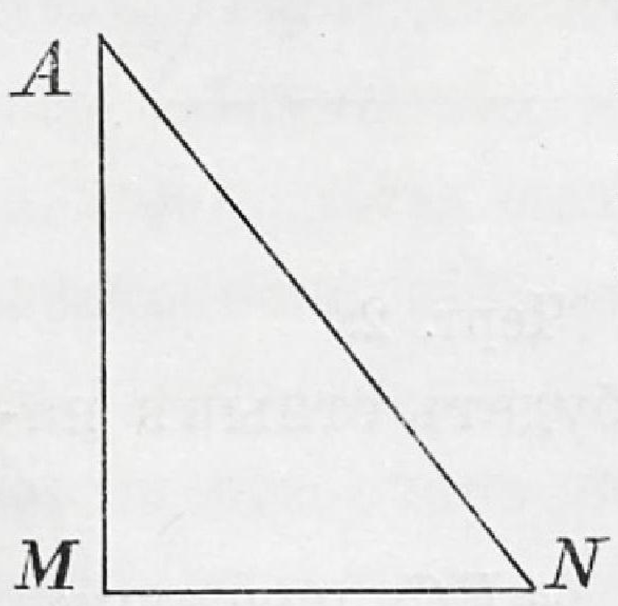
$$\angle AED < 60^\circ - 2\alpha.$$

Подобнымъ же образомъ докажемъ, что

$$\angle AGF < 60^\circ - 4\alpha.$$

Продолжая указанное построеніе k разъ, мы дойдемъ до такого прямоугольнаго треугольника AMN (черт. 3-й), у котораго $\angle A = 30^\circ$, а $\angle N = 60^\circ - 2^k\alpha$, гдѣ k есть величина столь большая, какъ намъ угодно. А такъ какъ α есть псевдо-сферическій недостатокъ даннаго треугольника, т.-е. величина, можетъ быть, и очень малая, но конечная, то ясно, что

$$\angle N < 60^\circ - 2^k\alpha.$$

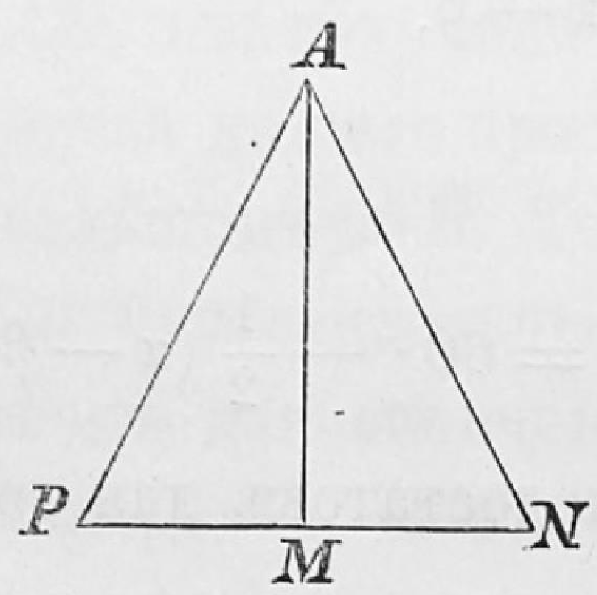


Черт. 3.

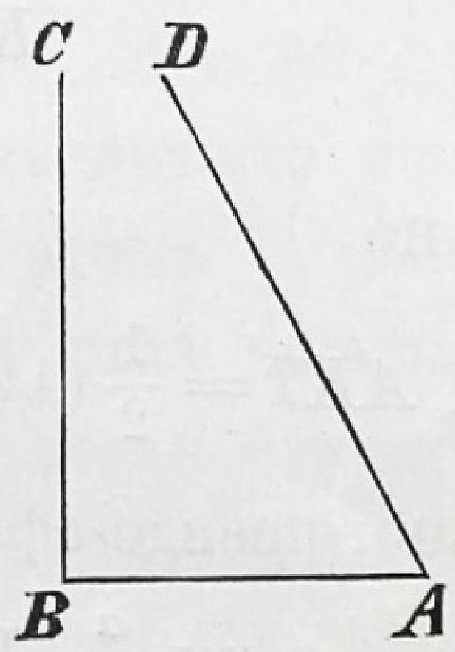
можно сдѣлать столь малымъ, какъ намъ угодно. Ясно также, что наше разсужденіе примѣнимо и въ томъ случаѣ, если $\angle A$ столь малъ какъ намъ угодно.

Отсюда слѣдуетъ, что мыслимъ à priori такой прямоугольный треугольникъ, котораго оба острыхъ угла могутъ быть безконечно малы. А если это такъ, то черезъ точку, взятую на прямой AN, нельзя провести линіи такъ, чтобы она пересѣкала стороны угла AMN. Слѣдовательно, постуллатъ Лежандра не можетъ быть принятъ не потому, что онъ слабо обоснованъ, а потому, что онъ несправедливъ въ томъ случаѣ, если суммовъ угла

треугольника меньше двухъ прямыхъ. Возвращаясь къ нашему изслѣдованію, мы должны еще замѣтить, что, перегнувши чертежъ по катету AM получимъ треугольникъ PAN (чертежъ 4), котораго всѣ три угла могутъ быть сдѣланы столь малыми, какъ намъ угодно. Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что, при всякой величинѣ угла A, можно найти отрѣзокъ AB такой длины (черт. 5),

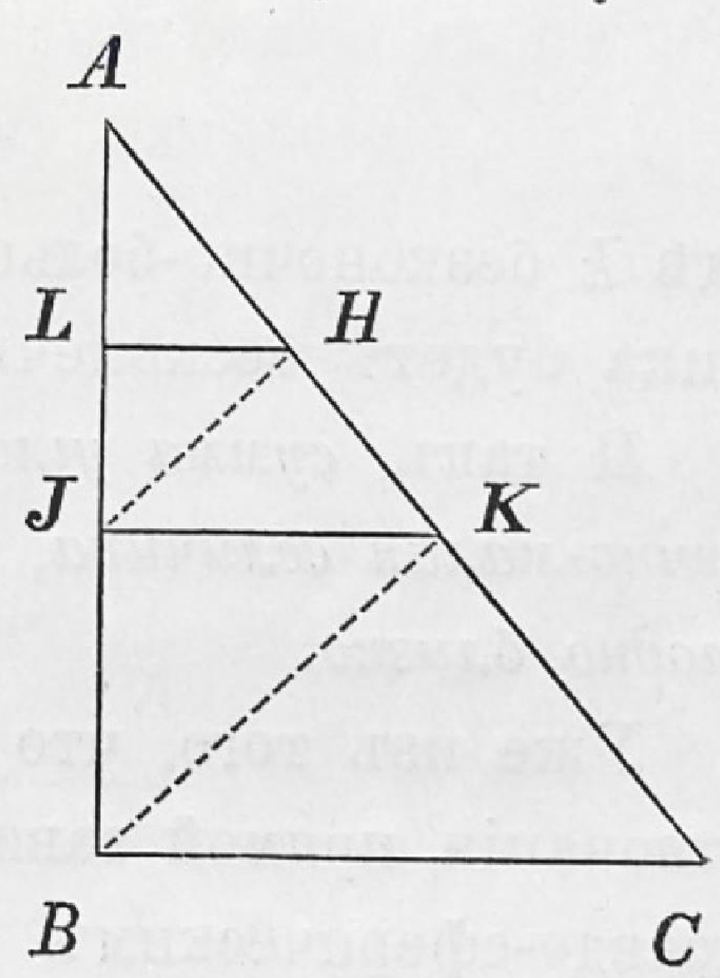


Черт. 4.



Черт. 5.

что перпендикуляръ BC не встрѣтитъ никогда наклонной AD. Слѣдовательно, XI аксіома Евклида несправедлива, если сумма угловъ треугольника меньше двухъ прямыхъ. Острый уголъ A, при которомъ перпендикуляръ BC не встрѣчается съ наклонной AD, у Лобачевскаго называется угломъ параллелизма величина; его вполнѣ зависитъ отъ длины отрѣзка AB, и обратно: длина AB зависитъ отъ угла параллелизма A. Изъ приведеннаго нами разсужденія ясно, что съ увеличеніемъ площади треугольника увеличивается псевдо-сферическій недостатокъ;



Черт. 6.

такъ недостатокъ треугольника ABC (черт. 2) равенъ α; недостатокъ треугольника ADE равенъ $2\alpha + \beta$; недостатокъ треугольника AFG равенъ $4\alpha + 2\beta + \gamma$ и т. д. Нетрудно убѣдиться въ томъ, что съ уменьшеніемъ площади треугольника уменьшается его псевдо-сферическій недостатокъ и для безконечно малой площади недостатокъ будетъ безконечно малъ. Въ самомъ дѣлѣ возьмемъ тотъ же треугольникъ ABC (чертежъ 6); уголъ $A =$

$= 30°$, $\angle C = 60° - \alpha$. Раздѣлимъ катетъ AB пополамъ въ точкѣ I и возставимъ перпендикуляръ IK къ AB, тогда треугольники AIK и BIK будутъ равны. Такъ какъ въ треугольникѣ BKC сумма трехъ угловъ

$$B + C + K = 60° + 60° - \alpha + K < 180°,$$

то можно взять

$$K - \alpha = 60° - \beta,$$
$$K = 60° + \alpha - \beta,$$
$$\alpha > \beta;$$

слѣдовательно

$$\angle AKI = \frac{1}{2}(120 - \alpha + \beta) = 60° - \frac{1}{2}(\alpha - \beta);$$

слѣдовательно, псевдо-сферическій недостатокъ для треугольника AIK меньше, чѣмъ $\frac{\alpha}{2}$. Повторяя это построеніе еще разъ, увидимъ, что недостатокъ для треугольника ALH меньше, чѣмъ $\frac{\alpha}{2^2}$; вообще дойдемъ до такого треугольника, для котораго псевдо-сферическій недостатокъ выразится числомъ, меньшимъ, чѣмъ

$$\frac{\alpha}{2^k},$$

гдѣ k безконечно-большое цѣлое число. Площадь такого треугольника будетъ безконечно-малая величина.

И такъ, *сумма угловъ треугольника, котораго площадь безконечно-малая величина, можетъ подойти къ двумъ прямымъ сколь угодно близко.*

Уже изъ того, что мы доказали можно заключить о существованіи прямой зависимости между площадью треугольника и псевдо-сферическимъ его недостаткомъ. Лобачевскій, посредствомъ тригонометрическихъ вычисленій, доказалъ, что площадь треугольника пропорціональна псевдо-сферическому недостатку и отъ другихъ перемѣнныхъ не зависитъ. Здѣсь однако не мѣсто объ этомъ распространяться. Мнѣ остается сказать нѣсколько заключительныхъ словъ, хотя и не новыхъ, но необходимыхъ для того, чтобы очеркъ пріобрѣлъ нѣкоторую законченность. Изъ предыдущаго ясно, что съ возрастаніемъ отрѣзка AB, (черт. 5) уголъ параллелизма становится все меньше и меньше;

при очень большомъ AB уголъ A очень малъ; обратно: при маломъ AB уголъ A близокъ къ 90°. Это соображенiе руководило Лобачевскимъ при опредѣленiи свойствъ нашего пространства. Надлежало рѣшить вопросъ: есть ли употребительное пространство Евклидовское или Неевклидовское? Если бы оказалось, что уголъ параллелизма равенъ 90° при всякой величинѣ отрѣзка AB, то наше пространство Евклидовское; въ противномъ случаѣ Неевклидовское. Измѣряя уголъ параллелизма для малыхъ отрѣзковъ AB, мы получили бы всегда $\angle A = 90°$; чтобы обнаружить свойства нашего пространства, надлежало измѣрить $\angle A$ при очень большомъ AB. Только при этомъ условiи могло бы обнаружиться чувствительное уклоненiе угла параллелизма отъ 90°. Средствомъ для означенной цѣли могли служить астрономическiя наблюденiя. Извѣстно, что годичный параллаксъ неподвижныхъ звѣздъ есть величина очень малая, едва уловимая наилучшими астрономическими инструментами. Поэтому если отрѣзокъ AB равенъ разстоянiю отъ земли до солнца, то уголъ A еще можетъ почитаться прямымъ. Отсюда слѣдуетъ два заключенiя: 1) либо наше пространство абсолютно Евклидовское, либо Неевклидовское съ угломъ параллелизма, близкимъ къ 90° для всѣхъ разстоянiй, доступныхъ нашему измѣренiю.

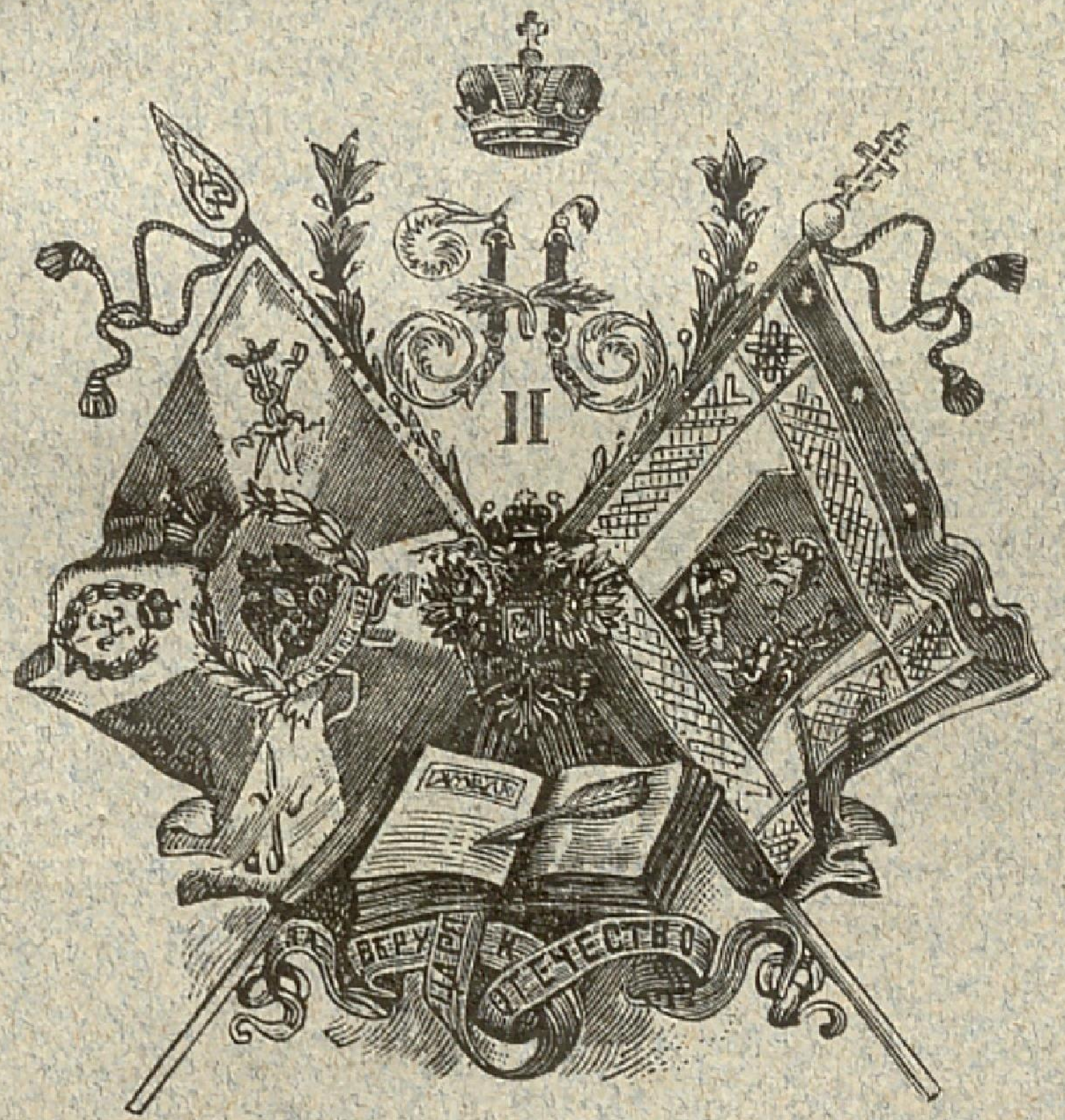
И. Долбня.

Обществ. Библиотека Р.С.Ф.С.Р. г. Новочеркасск

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



ДЕКАБРЬ — 1894.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.

СОДЕРЖАНІЕ:

Часть офиціальная.

стр.

Циркуляры по военно-учебнымъ заведеніямъ: №№ 45, 46, 48 и 49. 103

Приказъ по военно-учебнымъ заведеніямъ № 130 105

Часть неофиціальная.

Дидактическое значеніе и мѣсто библейской исторіи по взглядамъ гербартіанцевъ. (Окончаніе). Свящ. *М. В. Жилина* . 461

Внутренняя рѣчь (по Балле) *А. Боголюбовой*. 476

Объ основаніяхъ прямолинейной тригонометріи. *И. Д.* . . 496

О необходимости предварительной чертежной подготовки для лицъ, поступающихъ въ военныя училища. *Л. Тихобразова*. 502

Ненужныя упражненія. *В. Ермакова* 512

Преподаваніе естественной исторіи въ Двинскомъ реальномъ училищѣ. *А. Князева* 518

Обзоръ дѣтскихъ книгъ. Ст. 4. *М. В. Соболева* 541

Н. Н. Запольскій. (Некрологъ). *А. Н. Острогорскаго* 557

Рефераты:

Опыты Binet и Henri о естественной внушаемости дѣтей . . 565

Географическая секція IX съѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей. 568

По поводу вопроса о приготовленіи учителей гимназіи . . . 569

Физическія упражненія и спортъ. 570

Объявленія. .

Въ приложеніи: Краткій обзоръ дѣятельности Педаг. Музея. Отдѣлъ географическій

При семъ № для нашихъ городскихъ и иногородныхъ подписчиковъ прилагается объявленіе отъ конторы газеты „Новости дня“ о подпискѣ на 1895 годъ.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ

СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

ДЕКАБРЬ, 1894.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.
1894.

ТИПОГРАФІЯ М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 5. ЛИН. 28

2273

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Дидактическое значеніе и мѣсто Библейской исторіи по взглядамъ Гербартіанцевъ [1]).

V.

Ставя религіозно-нравственныя свѣдѣнія въ центрѣ міросозерцанія, гербартіанцы съ такою же любовью ухаживаютъ и за другими отраслями человѣческихъ знаній. Этого требуетъ само нравственное. Сложныя условія жизни вызываютъ и питаютъ широкую умственную дѣятельность современнаго человѣка. Если, поэтому, школа ограничится лишь одной религіозно-нравственной стороной, а другія оставитъ въ ихъ, такъ сказать, дикомъ состояніи, то послѣднія своею массою парализуютъ вліяніе первыхъ. Съ другой стороны, цѣль—зародить въ личности многосторонній интересъ—уже прямо налагаетъ обязанность заботиться о всестороннемъ образованіи питомца. Въ какомъ же отношеніи стоитъ библейская исторія къ предметамъ общаго свѣтскаго образованія и какое занимаетъ между ними мѣсто? Отвѣтъ даетъ идея концентраціи, строго проводимая гербартіанцами въ школьномъ курсѣ.

Необходимымъ условіемъ перехода знанія въ желаніе и волю является, по ученію Гербартовской психологіи, связь представ-

[1]) Окончаніе. См. № 7, 8, 9 и 11.

Объ основаніяхъ прямолинейной тригонометріи.

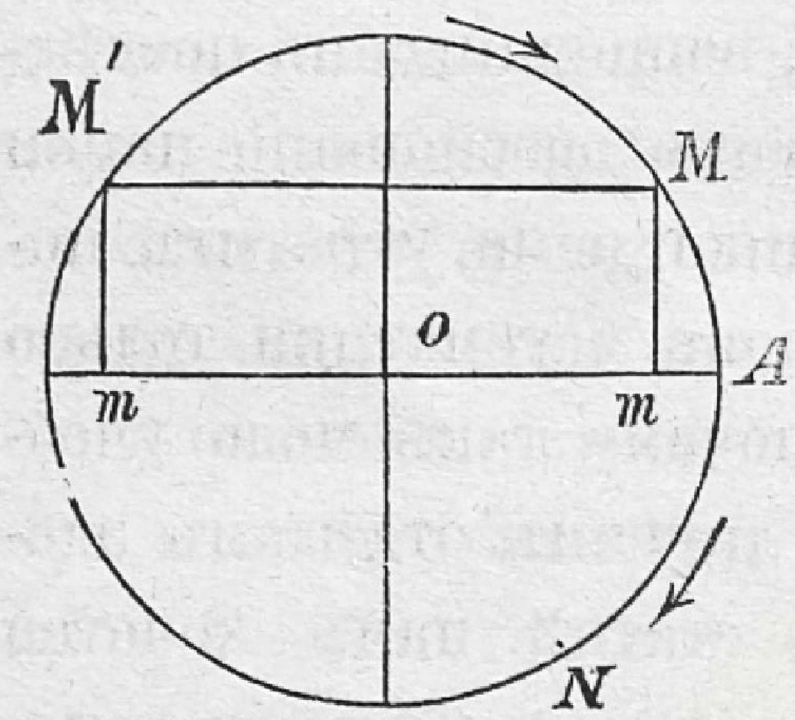
§ 1. Наша учебная литература пополняется, почти ежегодно, новыми руководствами; обиліе учебныхъ книгъ не можетъ быть оправдано потребностями рынка, ибо громадное большинство учителей склонно держаться учебниковъ съ болѣе или менѣе установившейся репутаціей, — учебниковъ, къ которымъ привыкли и учителя, и ученики. Тѣмъ не менѣе частое появленіе новыхъ книгъ не можетъ быть объяснено одними только меркантильными или тщеславными побужденіями авторовъ. Существующіе заслуженые учебники настолько неудовлетворительны, что надлежало бы обратить самое серьезное вниманіе на обработку основныхъ вопросовъ преподаванія математическихъ наукъ въ средне-учебныхъ заведеніяхъ. Нельзя сказать, чтобы задача эта не затрогивалась въ педагогической литературѣ. Время отъ времени появляются въ повременныхъ изданіяхъ статьи преслѣдующія важныя и чисто педагогическія задачи. Такъ весьма недавно обратили на себя всеобщее вниманіе статьи профессора Ермакова, направленныя противъ того неестественнаго теченія, которое обнаружилось среди педагоговъ при обработкѣ основаній элементарной алгебры. Почтенный ученый справедливо заклеймилъ ту «чепуху», которою стараются обременить ясныя и простыя задачи элементарнаго преподаванія. Статьи В. П. Ермакова, отличаясь страстнымъ характеромъ, могутъ вызвать нѣкоторое недоразумѣніе.

Призывая учителей къ преслѣдованію реальнѣйшихъ, практическихъ задачъ, почтенный авторъ, вѣроятно, и не думалъ

отрицать важности строгаго научнаго обоснованія элементарныхъ курсовъ. Такое обоснованіе отнюдь не находится въ противорѣчіи съ тѣми основными взглядами, которые В. П. Ермаковъ проводитъ въ своихъ статьяхъ. Нельзя не согласиться съ тѣмъ, что главное содержаніе элементарныхъ курсовъ должно заключаться въ рѣшеніи задачъ. Я не вижу преувеличенія въ категорическомъ утвержденіи профессора Ермакова, что ученикъ, умѣющій рѣшать задачи, знаетъ математику основательно и не нуждается въ философскихъ тонкостяхъ, вошедшихъ въ послѣднее время въ моду. Тѣмъ не менѣе строгое обоснованіе науки существенно необходимо въ школѣ и никогда не утратитъ педагогическаго значенія. Изо всѣхъ отдѣловъ математики только геометрія поставлена правильно. Вотъ почему такъ мало учебниковъ геометріи и такъ много ихъ по другимъ отдѣламъ элементарной математики. Въ настоящей статьѣ намъ хочется поговорить о правильной постановкѣ преподаванія тригонометріи, ибо учебныя руководства по этой отрасли математики отличаются наибольшимъ разнообразіемъ относительно содержанія, что служитъ яснымъ доказательствомъ неудовлетворительной обработки научной системы. Та или другая система изложенія всегда зависитъ отъ личнаго взгляда автора на задачи тригонометріи. Иногда авторы склонны видѣть главную задачу въ рѣшеніи треугольниковъ, иногда усвоиваютъ болѣе широкій взглядъ на предметъ. Въ первомъ случаѣ основаніямъ науки не придается никакого значенія, во второмъ случаѣ — обширныя педагогическія приспособленія окончательно затемняютъ предметъ, такъ что не только ученикъ, но и учитель не можетъ разобраться — какія понятія вносятся въ науку *по опредѣленію*, и какія являются слѣдствіями опредѣленій. Этимъ послѣднимъ недостаткомъ страдаетъ и классическое руководство Серре, а тѣмъ болѣе учебники, написанные подъ вліяніемъ Серре. Нужно поэтому дать такую систему, которая, сохраняя весь объемъ научныхъ идей, содержала бы какъ можно меньше данныхъ, вносимыхъ въ науку по *опредѣленію*. Такой системы сразу создать невозможно; вѣроятно, будетъ еще много попытокъ, пока выработается окончательная форма учебной тригонометріи. Поэтому прошу смотрѣть на мою замѣтку, какъ на попытку разъ-

яснить основанія, на которыхъ должна покоиться система учебной тригонометріи. Я далекъ отъ мысли приписывать предлагаемой системѣ аттрибуты непогрѣшимости, но я думаю, что намѣченный мною путь имѣетъ вѣрное направленіе.

§ 2. *Первое положеніе.* Нужно начинать съ того, что дуги круга обладаютъ способностью выражать собою всякое число отъ $+\infty$ до $-\infty$. Въ тригонометрію нужно ввести алгебраическій принципъ, по которому вещественное число, уменьшаясь непрерывно, проходитъ черезъ нуль, потомъ мѣняетъ знакъ, *продолжая уменьшаться въ алгебраическомъ (условномъ) смыслѣ.* Графически этотъ принципъ выражается движеніемъ точки M, по окружности, къ точкѣ A. При этомъ движеніи, дуга AM уменьшается до нуля; но уменьшеніе дуги на нулѣ не останавливается: при переходѣ точки M въ часть AN, дуга пріобрѣтаетъ отрицательное значеніе. Потребностью соблюсти алгебраическій принципъ опредѣляется первое положеніе тригонометріи, по которому дуги, распространяющіяся отъ A къ M почитаются положительными, а распространяющіяся отъ A къ N—отрицательными.



§ 3. Въ тригонометрію достаточно ввести только два новыхъ количества: синусъ и косинусъ, которыя суть декартовы координаты точекъ окружности; а потому на количества эти распространяется правило знаковъ Декарта. Декартовымъ координатамъ всегда соотвѣтствуютъ полярные; но такъ какъ радіусъ векторъ для окружности есть всегда единица, то точки окружности опредѣляются дугами, считаемыми отъ начала A.

Такимъ образомъ:

$$Mm = Sin \smile AM = Sin \smile AM'M = Sin\ (AM - 2\pi),$$
$$Om = Cos \smile AM = Cos \smile ANM'M = Cos\ (AM - 2\pi),$$
$$M'm' = Sin \smile AM' = Sin \smile ANM' = Sin\ (AM' - 2\pi),$$
$$Om' = Cos \smile AM' = Cos\ ANM' = Cos\ (AM' - 2\pi),\ \text{и. т. д.}$$

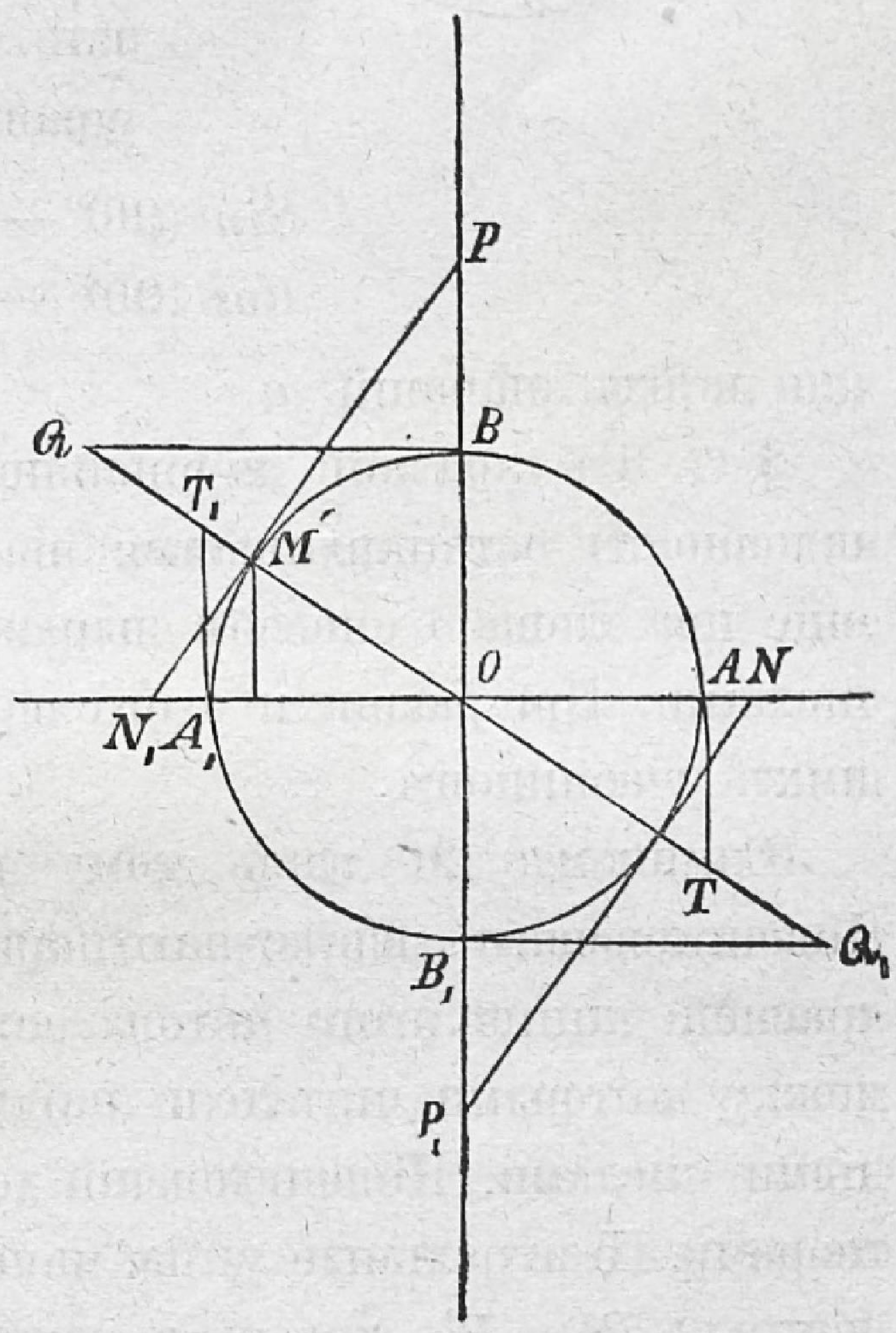
§ 4. Остальныя употребительныя количества слѣдуетъ опредѣлить равенствами:

$$\frac{Sinx}{Cosx} = tgx,$$

$$\frac{Cosx}{Sinx} = Cotgx,$$

$$\frac{1}{Cosx} = Secx, \quad \frac{1}{Sinx} = Cossx.$$

§ 5. Послѣ этого надлежитъ приступить къ графическому изображенію *tgx, Cotgx, Secx, Cossx* для всѣхъ четвертей окружности, что не можетъ представить никакихъ затрудненій, если принять во вниманіе правило знаковъ Декарта. Для примѣра я покажу какъ построить тригонометрическія количества во второй четверти. Въ этомъ случаѣ *tgx* и *Cotgx* отрицательны. Очевидно, что *tgx* одинаково хорошо выражается линіями AT и $A_1 T_1$; слѣдуетъ взять AT, чтобы *tgx* вышелъ отрицательнымъ. Такъ же точно *Cotgx* одинаково хорошо выражается чрезъ BQ и $B_1 Q_1$; слѣдуетъ взять BQ_1 чтобы *Cotgx* вышелъ отрицательнымъ. Изъ двухъ линій ON_1 и ON_1 одинаково хорошо выражающихъ *Secx*, надо взять отрицательную линію ON_1. Такъ же точно для *Cossx* надо взять положительную линію OP.



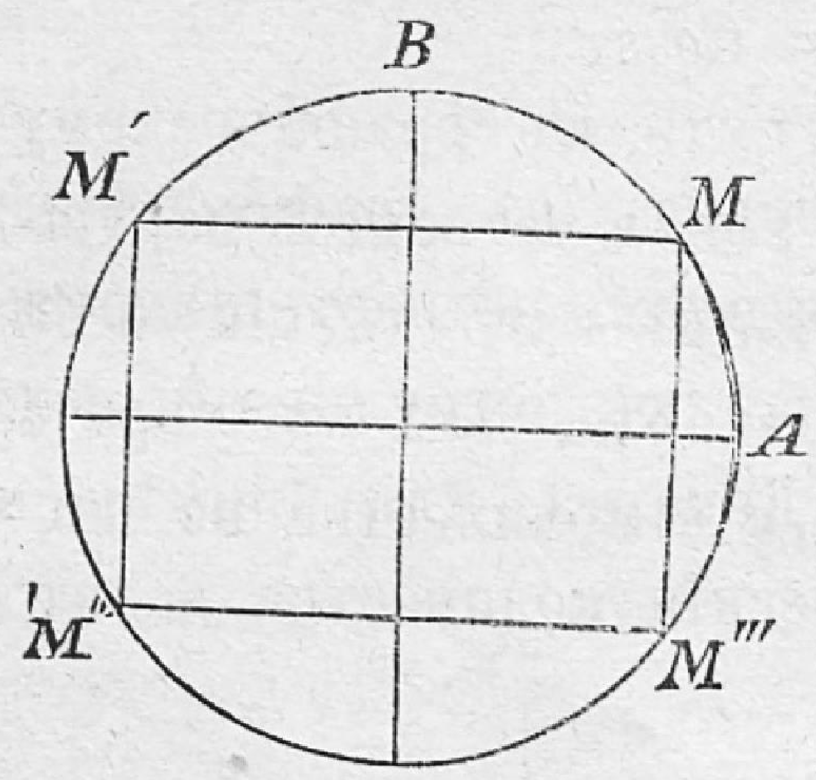
§ 6. *Второе положеніе.* Послѣ всего изложеннаго надлежитъ ввести самое важное понятіе тригонометріи — опредѣленіе взаимно дополнительныхъ дугъ. Дуги эти опредѣляются равенствомъ

$$a + b = 90^0$$

для всѣхъ возможныхъ значеній a и b. Если $AM = a$; $BM = b$, то a и b обѣ положительныя; а потому, если B есть начало дополнительныхъ дугъ, то дуги, идущія отъ B къ M должны почитаться положительными

По этой причинѣ, и на основаніи перваго положенія, дуги, идущія отъ B къ M' должны почитаться отрицательными. Такъ какъ дугу AM' должна дополнять отрицательная дуга, по силѣ равенствъ,

$$a + b = 90^0,$$



то дополнительною для AM' должна быть отрицательная дуга BM'. Подобнымъ же образомъ дополнительною для ABM'' должна быть $BM'M''$, дополнительною для $AM''M'''$ должна быть $BM''M'''$. Послѣ этого прямо изъ чертежа выводятся важнѣйшія уравненія.

$$Sin\ (90^0 - a) = Cos\ a$$
$$Cos\ (90^0 - a) = Sin\ a$$

для всѣхъ значеній a.

§ 7. Въ краткой журнальной замѣткѣ нѣтъ ни малѣйшей надобности останавливаться на подробностяхъ. Я хочу сказать еще два слова о способѣ выражать углы и дуги отвлеченными числами. При развитіи этого вопроса наблюдается косность нашихъ учебниковъ.

Слишкомъ 20 лѣтъ тому назадъ опубликована Геометрія Невенгловскаго (извѣстнаго парижскаго преподавателя). Въ прекрасной книгѣ этого автора есть много поучительныхъ статей, между которыми читатели найдутъ выраженіе угловъ отвлеченными числами. Невенгловскій доказываетъ слѣдующую простую теорему. Центральные углы, начерченные въ различныхъ окружностяхъ R и R' относятся какъ частные, происшедшіе отъ дѣленія соотвѣтствующихъ дугъ на соотвѣтствующіе радіусы, т.-е.

$$AOB : A'O'B' = \smile \frac{AB}{R} : \smile \frac{A'B'}{R'}.$$

Если имѣемъ

$$\smile A'B' = R',$$

то уголъ $A'O'B'$ принимается за единицу, а тогда

$$AOB = \smile \frac{AB}{R}.$$

Если уголъ AOB прямой, то

$$\smile AB = \frac{\pi R}{2},$$

т.-е.

$$AOB = \frac{\pi}{2}.$$

У насъ этотъ вопросъ всегда трактуется слишкомъ пространно и слишкомъ неясно.

И. Д.

Нижній Новгородъ.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



АПРѢЛЬ — 1895.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.

Книжка 340. Апрѣль. 1895 годъ

СОДЕРЖАНІЕ:

Часть офиціальная.

стр.
Приказъ по военно-учебнымъ заведеніямъ. № 15 19
Циркуляръ по военно-учебнымъ заведеніямъ. № 7 20

Часть неофиціальная.

Этюды по динамикѣ личности. Двѣ вступительныя главы. *А. Н. Острогорскаго* 333
Взглядъ Лобачевскаго на преподаваніе элементарной математики. *Е. Л.* . 354
Разборъ произведенія Лермонтова „Споръ“. *Ѳ. Лисицына.* . 360
Къ вопросу о систематическомъ преподаваніи исторіи. *В. Романовскаго* . 369
О необходимости пересмотра программы преподаванія космографіи въ кадетскихъ корпусахъ. *И. Д.* 387
Объ опредѣленіи пригодности искусственнаго освѣщенія въ школахъ по степени утомленія глаза. *Д-ра Каца.* 398
Рефераты:
Естествознаніе и педагогія. *П. Книпера* 406
Къ вопросу о домашнемъ воспитаніи дѣтей до школьнаго возраста. Проф. В. Чернова 414
John Ries. Was ist Sintax? 415
Критика и библіографія:
Bastin. Dictionaire français-russe. *К. Перре* 419
П. Житецкаго. Теорія сочиненія. *В. Я.* 421
Темы и планы ученическихъ сочиненій. Н. Цуриковъ. *В. Я.* . 423
Памятники древне-русской церковно-учительской литературы. *В. Я.* . 424
H. Schotten. Inhalt und Methode des planimetrischen Unterrichts. 425
Арабелла Беклей. Бесѣды съ дѣтьми о природѣ 426
Памяти Н. Н. Скалона. *А. Даниловскаго* 429
Необходимая поправка. Отъ редакціи. 432
Объявленія. 433

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ
СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

АПРѢЛЬ, 1895.

ПРОВЕРЕНО 1960 г.
353335
53
№ 1 Ростовская на Дону Государственная Научная БИБЛИОТЕКА им. К. МАРКСА

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.
1895.

ТИПОГРАФІЯ М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 5. ЛИН. 28.
2307

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Этюды по динамикѣ личности [1]).

I.

Двѣ вступительныя главы.

I.

Фаустъ, переживая свой извѣстный душевный разладъ, характеризировалъ его въ такихъ словахъ:

Но двѣ души во мнѣ слилися тѣсно
И каждый мигъ враждуютъ межъ собой:
Одна полна любви къ земной юдоли
И вся горитъ огнемъ страстей;
Другая рвется къ лучшей долѣ —
Къ небесной родинѣ своей.

[1]) Психологія далеко еще не въ состояніи представить полное рѣшеніе вопроса о динамикѣ личности, но многія работы послѣдняго времени, какъ намъ кажется, значительно облегчаютъ пониманіе нѣкоторыхъ темныхъ сторонъ въ нашихъ душевныхъ проявленіяхъ. Предполагая познакомить нашихъ читателей съ этими работами, мы предпочли сдѣлать это въ системѣ, опредѣляемой психологическими основаніями, идти не отъ авторовъ, а отъ вопросовъ, разъясняемыхъ разными авторами. Планъ нашъ довольно обширенъ и не можетъ быть выполненъ въ небольшомъ числѣ статей. Печатаніе этюдовъ, вѣроятно, затянется на долго.

О необходимости пересмотра программъ преподаванія космографіи въ кадетскихъ корпусахъ.

При стараніи уяснить себѣ тотъ или другой вопросъ школьной практики мы наталкиваемся на почти неодолимыя трудности. Трудности эти происходятъ отъ тѣсной связи, въ которой находятся два вопроса: обученіе и воспитаніе. Изъ этихъ двухъ вопросовъ проблема обученія представляется многимъ сравнительно легкой и въ настоящее время носитъ по преимуществу практическій характеръ. Попытки обосновать систему обученія на психологическихъ началахъ не пошли дальше элементарнѣйшихъ вопросовъ школьной практики, и даже въ развитіи этихъ послѣднихъ, упомянутыя попытки не принесли осязательнаго результата и въ настоящее время почти забыты.

Послѣ надеждъ, связанныхъ съ новыми педагогическими теченіями, наступило разочарованіе; ошибки новаторовъ вызвали рѣзкую и насмѣшливую критику; вѣра въ теоретическія основанія обученія подорвана, и мы, ближайшіе преемники теченія шестидесятыхъ и семидесятыхъ годовъ, переживаемъ дѣловой періодъ школьной жизни. Равнодушіе къ высшимъ задачамъ обученія такъ велико, что нужно имѣть большое мужество и даже большой личный авторитетъ, чтобы рѣшиться возбуждать вопросы теоретическаго характера. Копаясь въ мелочныхъ вопросахъ ежедневнаго школьнаго обихода, можно игнорировать основныя задачи школьнаго обученія и даже не сознавать связи между обученіемъ и воспитаніемъ. Но при начертаніи общаго

плана преподаванія какого-нибудь предмета нельзя ограничиваться рѣшеніемъ практическихъ вопросовъ; необходимо усвоить болѣе широкій кругозоръ; необходимо всегда считаться съ принципами *воспитанія*, т.-е. тѣмъ вліяніемъ, которое учебный предметъ можетъ оказать на умственный, а можетъ быть, и нравственный складъ ученика. Нельзя сомнѣваться въ наличности такого вліянія. Если намъ, педагогамъ, трудно, почти невозможно, уловить это вліяніе изъ наблюденій надъ развитіемъ нашихъ питомцевъ, то намъ помогаютъ уяснить себѣ этотъ темный предметъ съ одной стороны личныя воспоминанія, а съ другой стороны знакомство съ общими принципами нашей дѣятельности,—принципами, давно открытыми, но, къ сожалѣнію, представляющими часто «забытыя слова». Полезно эти слова чаще вспоминать, пренебрегая опасеніемъ подвергнуться осужденію за то, что «не говоришь ничего новаго». Для всякаго, повидимому, ясно, что главнѣйшая цѣль школьнаго обученія должна заключаться въ томъ, чтобы сдѣлать ученика причастнымъ къ умственнымъ интересамъ: расширить его умственный кругозоръ, поселить въ немъ любовь къ знанію, пріучить къ умственному труду и дать ему необходимыя средства къ самостоятельному умственному развитію.

Въ школьной же практикѣ обыкновенно заботятся о мелочномъ выполненіи программъ, о своевременномъ прохожденіи положенныхъ курсовъ по рекомендованнымъ учебникамъ. Эта практика тѣсно связана съ упорной борьбой между учителемъ и учениками. Учитель заботится о существенномъ выполненіи программы, ученики стараются отдѣлаться одною видимостью. Учитель преслѣдуетъ, ученикъ уклоняется. И въ концѣ концовъ вся система обученія сводится къ весьма опредѣленному вопросу: хорошо ли «сошелъ» экзаменъ какъ для учениковъ, такъ и для учителя. И этотъ порядокъ вещей обращаетъ живое дѣло въ формальность. Учащее и учащееся человѣчество предалось своеобразному спорту, заключающемуся въ поимкѣ и уклоненіи. На почвѣ такихъ порядковъ развивается въ школѣ лѣнтяйство, которое, въ послѣднее время, особенно въ интернатахъ, принимаетъ эпидемическіе размѣры. Вотъ почему въ школахъ наступаютъ такіе періоды, когда всѣми чувствуется потребность сильныхъ

воздѣйствій, долженствующихъ вдохнуть жизнь въ живое дѣло. Однимъ изъ главныхъ воздѣйствій этого рода нужно считать введеніе живой струи въ среду учителей и воспитателей, поднятіе умственнаго ценза и моральной энергіи руководителей учащагося юношества. Не имѣя смѣлости высказаться категорически по сему предмету, мы думаемъ, однако, что надлежало бы, на первыхъ порахъ, приступить къ организаціи педагогическихъ курсовъ и освѣженію педагогической литературы путемъ живого обмѣна мнѣній между педагогами.

Педагогическому міру предстоитъ снискать поддержку всего образованнаго общества, среди котораго почти окончательно изсякъ интересъ къ школьному дѣлу. Ошибки прошлаго не должны убивать надеждъ и энергіи. Мы теперь богаты опытомъ и должны понимать, что эпоха подъема нашего духа завѣщала намъ вѣрные принципы. Равнодушіе къ школьному дѣлу произошло не потому, что педагогическія начала минувшей эпохи были ошибочны, а потому, что вѣрныя начала не нашли умѣлыхъ и опытныхъ исполнителей. У насъ нѣтъ недостатка въ людяхъ, способныхъ отдаться душею школьному дѣлу, скажу болѣе: у насъ нѣтъ недостатка въ способныхъ руководителяхъ. Но силы эти разрознены, парализованы недовѣріемъ, вынужденнымъ бездѣйствіемъ и недостаткомъ авторитетной поддержки. Трудная задача оживленія школы можетъ быть рѣшена усиліями всего образованнаго общества при поддержкѣ авторитетныхъ учрежденій, которымъ долженъ принадлежать починъ и поощреніе. Энергіи отдѣльныхъ группъ педагоговъ недостаточно для того, чтобы привести школьную жизнь въ движеніе. Тѣмъ не менѣе нельзя не сочувствовать появленію въ педагогической литературѣ живыхъ и энергичныхъ статей, направляемыхъ къ борьбѣ съ неподвижностью и лѣнью, одолѣвшими, въ послѣднее время, нашу среднюю школу. Къ числу удачнѣйшихъ попытокъ, открывшихъ кампанію, въ сферѣ моей спеціальности, противъ школьной рутины, я отношу статьи В. П. Ермакова, о которыхъ приходилось мнѣ упоминать въ одной изъ предыдущихъ замѣтокъ. Несмотря на спеціальный характеръ этихъ статей, онѣ не лишены общаго интереса, какъ по причинѣ смѣлости высказанныхъ мыслей, такъ и по выдающемуся научному положенію

автора. За невозможностью, въ настоящее время, сдѣлать что-либо существенное, приходится выметать мусоръ изъ нашей школы, т.-е. расшатывать упрочившееся положеніе плохихъ учебниковъ, которые удерживаются по причинѣ одолѣвшей насъ косности и лѣни. Занимаясь, между прочимъ, преподаваніемъ космографіи семнадцать лѣтъ, мы давно сознаемъ неудовлетворительную постановку этого важнаго учебнаго предмета, давно тяготимся плохимъ учебникомъ Малинина и понимаемъ настоятельную потребность дать преподаванію космографіи новое направленіе. Учебникъ Малинина составленъ въ ту пору, когда авторы заботились о введеніи въ школу новыхъ началъ, и несмотря на это, учебникъ относится къ категоріи такъ-называемыхъ «дѣловыхъ книжекъ», появившихся на рынкѣ гораздо позднѣе. Въ этомъ смыслѣ Малининъ значительно опередилъ свое время, чѣмъ, вѣроятно, объясняется его безпримѣрный и ничѣмъ не оправдываемый успѣхъ.

Характерная особенность учебниковъ «дѣлового» типа заключается въ томъ, что образцомъ для нихъ послужили справочныя, памятныя и конторскія произведенія. Личности автора въ книгѣ Малинина не ищите: здѣсь механическое пополненіе рубрикъ, установленныхъ дѣйствующими программами. Пополненіе это производится безъ всякой руководящей идеи: матеріалъ надерганъ отовсюду, безъ разбора. Единственная цѣль, которую, повидимому, преслѣдовалъ «дѣловой» авторъ, заключалась въ легкости стиля и популярности изложенія. Но популярность эта понималась весьма своеобразно и достигалась поэтому очень просто: авторъ удалилъ изъ руководства почти всѣ математическія формулы и замѣнилъ математическое изящество весьма подозрительной словесной аргументаціей. Несостоятельность такого взгляда очевидна для всякаго понимающаго дѣло преподавателя. Въ самомъ дѣлѣ, извѣстно, что космографія проходится въ VII классѣ, гдѣ курсъ элементарной математики законченъ, гдѣ учащіеся, слѣдовательно, хорошо подготовлены къ математическому изложенію. Одно изъ двухъ: или математика имѣетъ важное педагогическое значеніе, или она преподается въ школахъ для заполненія пустого пространства. Въ первомъ случаѣ нужно воспользоваться всѣми способами для того, чтобы пока-

зать ученику примѣненіе математики къ познанію природы; во второмъ же случаѣ нужно математику окончательно упразднить, какъ ненужный балластъ въ школьной жизни. До сихъ поръ намъ не случалось встрѣчать достаточно отважныхъ противниковъ математики, которые рѣшились бы отрицать за этой наукой педагогическое значеніе. Въ теченіи тысячелѣтій математика единодушно признается не только мощнымъ, но и незамѣнимымъ орудіемъ для развитія молодыхъ умовъ. И хотя очень немногіе понимаютъ, въ чемъ заключается благотворное вліяніе этого орудія, но никто не сомнѣвается въ наличности и важности этого вліянія. Какой же послѣ этого смыслъ въ уклоненіи отъ математическихъ формулъ при изложеніи космографіи или физики?

Обыкновенно говорятъ, что надо пожалѣть ученика. Бѣдные воспитанники страдаютъ переутомленіемъ. Мальчикъ, дескать, не машина; нельзя набивать дѣтскую голову матеріаломъ, котораго голова не можетъ усвоить. Наконецъ въ учебномъ заведеніи много предметовъ, кромѣ математики. Если каждый учитель будетъ искусственно раздувать значеніе и объемъ своего предмета, то среднему ученику придется отказаться отъ надежды получить образованіе. Нужно, дескать, дать ученику то, чтó онъ въ состояніи усвоить. Разумѣется, въ подобныхъ разсужденіяхъ нѣтъ и тѣни логической состоятельности. Во-первыхъ, недоказано и не можетъ быть доказано, что математическое изложеніе увеличиваетъ объемъ предмета. Во-вторыхъ, невѣрно, что словесная аргументація плохого учебника легче усвоивается, чѣмъ краткое, но убѣдительное научное изложеніе. Въ-третьихъ, языкъ иллюстрированныхъ журналовъ вовсе не такъ простъ, какъ многіе думаютъ, и во всякомъ случаѣ не проще математическаго языка. А плохая привычка злоупотреблять словомъ, выражаться цвѣтисто въ ущербъ ясности, эта дурная привычка и безъ школы усвоивается воспитанниками изъ плохихъ романовъ, къ сожалѣнію, весьма популярныхъ въ интернатахъ и проникающихъ къ воспитанникамъ неуловимыми путями. Наконецъ я не думаю, чтобы надѣлавшій столько искусственнаго шума вопросъ о *переутомленіи* заслуживалъ большого вниманія. Переутомленіе плохо вяжется съ тою повальной лѣностью, которую мы, учителя, наблюдаемъ въ послѣднее время. Можетъ быть,

переутомленіе происходитъ отъ лѣности, а можетъ быть, лѣность есть результатъ переутомленія,—я этого не знаю. Чтобы рѣшить этотъ вопросъ, нужно быть не только педагогомъ, но и медикомъ. Да кажется самый вопросъ о переутомленіи поднятъ, по преимуществу, медицинскимъ лагеремъ. На нашъ взглядъ школа нуждается въ живой струѣ, а «остальное приложится ей». Возвращаюсь къ предмету своей бесѣды. Нѣтъ ничего ошибочнѣе утвержденія, что будто преобладаніе математики затрудняетъ пониманіе физики и космографіи. Противъ такого голословнаго утвержденія говоритъ мой многолѣтній личный опытъ. Ничѣмъ ученики не занимаются такъ охотно, какъ математическими выкладками. Безусловно усвоиваются и удаются только тѣ отдѣлы космографіи и физики, которые основаны на математикѣ. Но скажутъ, что мой личный опытъ можетъ имѣть значеніе только для меня: другіе учителя, основываясь также на личномъ опытѣ, придутъ къ совершенно противоположнымъ заключеніямъ. Съ этимъ я совершенно согласенъ, и потому постараюсь, насколько это возможно, разобрать вопросъ независимо отъ личнаго опыта. Элементарная математика захватываетъ чрезвычайно опредѣленный кругъ понятій, которымъ даетъ опредѣленное и безусловно-точное словесное выраженіе. Она учитъ насъ производить надъ этими понятіями вполнѣ опредѣленныя дѣйствія на основаніи категорическихъ правилъ, и каждый математическій вопросъ, послѣ изслѣдованія, даетъ опредѣленный, т.-е. единственно возможный выводъ. Если ученикъ разсуждалъ правильно,—выводъ будетъ вѣренъ; если разсужденіе ошибочно, то выводъ будетъ невѣренъ. Это до такой степени неизбѣжно, что невѣрность вывода безусловно проистекаетъ отъ неправильнаго разсужденія (если, разумѣется, основанія справедливы). Отсюда слѣдуетъ, что математика учитъ насъ безошибочно разсуждать съ цѣлію открыть новую истину въ формѣ непогрѣшимаго вывода. Долговременная дисциплина пріучаетъ правильно пользоваться методами математическаго разсужденія и находить какъ для разсужденія, такъ и для формулировки вывода точное и изящное словесное выраженіе. Ученикъ поступаетъ въ VII классъ съ готовой математической дисциплиной. Можно смѣло утверждать, что къ другимъ способамъ изслѣдованія ученикъ

подготовленъ гораздо меньше. А что касается до словеснаго выраженія идей не математическихъ, то каждый знаетъ, что подготовка ученика VII класса, въ этомъ направленіи, совершенно ничтожна. Часто приходится наблюдать, до какой степени безпомощно положеніе ученика, когда случайный вопросъ вышибаетъ его изъ привычной словесной колеи учебнаго руководства. Но скажутъ намъ, что дурное обладаніе словомъ обязываетъ школу направить свою дѣятельность къ устраненію этого важнаго недостатка. Съ этимъ мы совершенно согласны и думаемъ, что безсиліе современной средней школы въ указанномъ направленіи должно сдѣлаться предметомъ величайшаго вниманія, добросовѣстнаго и умѣлаго изслѣдованія совокупными усиліями всего педагогическаго міра. Тѣмъ не менѣе мы полагаемъ, что усиленіе математическаго вліянія въ сферѣ физическихъ наукъ не только не противодѣйствуетъ, а содѣйствуетъ развитію способности хорошо и правильно выражать свои *мысли*. Обладаніе словомъ заключается не въ томъ, чтобы легко и свободно говорить цвѣтистыя фразы, не въ томъ, чтобы, съ чужого голоса, описывать красоты окружающаго міра, а въ томъ, чтобы научиться выражать словами *мысли*. Съ этой точки зрѣнія надо заботиться о томъ, чтобы учебное руководство содержало какъ можно больше мыслей и какъ можно меньше фразъ. Дѣятельность учителя, живого человѣка, должна вносить жизнь въ преподаваніе, должна поселять къ предмету интересъ, будить любознательность ученика, давать ему вѣру въ науку и въ свои собственныя силы. Мертвая книга не въ состояніи замѣнить живой дѣятельности учителя въ школѣ, гдѣ молодые люди еще не имѣютъ самостоятельнаго стремленія къ умственному развитію, не воспитали въ себѣ вкуса къ серьезному умственному труду и не понимаютъ его важности для облагороженія человѣческаго существованія. Но обиліемъ мыслей еще не исчерпываются всѣ качества, обязательныя для учебнаго руководства. Учебная книга должна обладать *планомъ*, *методомъ* и должна быть составлена лицомъ признаннаго научнаго авторитета. Я не хочу брать на себя неблагодарной задачи разбора плохой книги г. Малинина; не стану доказывать, что книга эта лишена плана и метода. Это до такой степени ясно, что затрата времени и силъ

на доказательство давно извѣстной истины можетъ отбить у читателя охоту ознакомиться съ нашими собственными мыслями.

По нашему мнѣнію, центромъ курса математической географіи должно быть «объясненіе временъ года въ связи съ перемѣною дня и ночи въ различныхъ точкахъ земной поверхности». Сюда относится правильное пониманіе особенностей всѣхъ замѣчательныхъ параллельныхъ круговъ, проводимыхъ на земной поверхности (тропиковъ, полярныхъ круговъ и экватора). Ко всестороннему разъясненію этого центральнаго вопроса должна быть направлена первая часть курса математической географіи, которую можно бы назвать Небесной геометріей въ отличіе отъ второй части, которая должна дать элементарное понятіе «о всеобщемъ тяготѣніи» и которую можно назвать Небесной механикой. Первую часть Математической географіи слѣдуетъ изучать приблизительно въ такомъ порядкѣ. Въ составъ введенія входитъ понятіе о горизонтѣ, вертикальной и полуденной линіи, странахъ свѣта, меридіанѣ, небесномъ сводѣ и его видимомъ суточномъ движеніи. Въ связи съ этимъ дается понятіе объ оси міра, параллельныхъ кругахъ и экваторѣ. При изображеніи небесной сферы наблюдатель всегда предполагается въ центрѣ вселенной; положеніе его опредѣляется *его* вертикальной и *его* полуденной линіей. Закончить введеніе слѣдуетъ геометрическимъ опредѣленіемъ странъ свѣта, т.-е. нужно выяснить, что опредѣленіемъ окружности меридіана съ окружностію горизонта опредѣляются точки сѣвера и юга, а пересѣченіемъ окружности экватора съ окружностію горизонта опредѣляются точки востока и запада. Это важное замѣчаніе резюмируетъ все предыдущее. Вслѣдъ за введеніемъ необходимо дать наглядное понятіе о видимомъ движеніи солнца. Нужно представить суточную параллель солнца, движущагося себѣ параллельно между тропиками рака и козерога. Ежегодно 10 марта солнечная параллель совпадаетъ съ небеснымъ экваторомъ, 10 іюня съ тропиками рака, достигая крайняго сѣвернаго предѣла; 10 сентября происходитъ новое совпаденіе солнечной параллели съ экваторомъ, послѣ чего параллель переходитъ въ южное полушаріе и достигаетъ 10 декабря крайняго южнаго предѣла, тропика козерога; послѣ чего опять движется къ сѣверу, и т. д. до безконечности.

При помощи самаго простого чертежа, сущность котораго легко представить, ученикъ получаетъ наглядное понятіе о временахъ года и убѣждается, что на земныхъ полюсахъ полгода бываетъ день и полгода ночь. Своевременное ознакомленіе съ видимымъ годовымъ движеніемъ солнца даетъ ученику ключъ къ пониманію предмета и сразу открываетъ ему цѣль изученія математической географіи, внушая желаніе подробнѣе ознакомиться съ важнѣйшимъ міровымъ феноменомъ. Все сказанное должно составлять содержаніе первой главы космографіи.

Засимъ, по возможности короче и яснѣе, нужно изложить наиболѣе употребительныя системы сферическихъ координатъ для опредѣленія точекъ на небѣ. Не только излишне, но и вредно давать понятіе о прямомъ восхожденіи свѣтилъ, ибо ученики ничего не знаютъ объ эклиптикѣ. Гораздо цѣлесообразнѣе слѣдовать примѣру покойнаго академика Савича, который, въ своемъ прекрасномъ руководствѣ, знакомитъ учащихся съ часовыми углами, замѣняющими прямыя восхожденія. Ученый астрономъ хорошо понималъ разницу между астрономіей и космографіей, чего никакъ нельзя сказать о позднѣйшихъ составителяхъ руководствъ. Вслѣдъ за изученіемъ системы сферическихъ координатъ на небѣ должно идти изложеніе таковой же системы на землѣ,—я разумѣю географическую широту и долготу. Этотъ отдѣлъ слѣдуетъ опять закончить изученіемъ явленій, зависящихъ отъ видимаго годового движенія солнца, пріурочивая изученіе къ нахожденію наблюдателя на полярныхъ кругахъ, между полюсами и полярными кругами, на тропикахъ, на экваторѣ, между тропиками и въ нашихъ широтахъ. Изслѣдованіе, о которомъ я говорю, несмотря на весь интересъ и всю важность, не дѣлается вовсе въ нашихъ руководствахъ. Поэтому я позволю себѣ нѣсколько остановиться на этомъ вопросѣ. Если наблюдатель находится на сѣверномъ полярномъ кругѣ, то ось міра наклонена къ горизонту подъ угломъ 66°33′; поэтому тропикъ рака пройдетъ черезъ точку сѣвера горизонта, т.-е. всѣми своими точками будетъ надъ горизонтомъ. Отсюда слѣдуетъ, что на сѣверномъ полярномъ кругѣ ежегодно 10 іюня солнце будетъ 24 часа надъ горизонтомъ. Если наблюдатель находится между полюсомъ и полярнымъ кругомъ, то тропикъ

рака лежитъ надъ горизонтомъ, вовсе его не касаясь, а потому солнце ежегодно около 10 іюня будетъ надъ горизонтомъ нѣсколько сутокъ подъ рядъ. Если наблюдатель находится на тропикѣ рака, то ось міра наклонена къ горизонту на 23°27′; а потому тропикъ рака проходитъ черезъ зенитъ. Слѣдовательно, 10 іюня, въ полдень, солнце будетъ въ зенитѣ для всѣхъ наблюдателей, живущихъ на земномъ тропикѣ рака. Если наблюдатель находится на земномъ экваторѣ, то ось міра лежитъ въ горизонтѣ, а небесный экваторъ проходитъ черезъ зенитъ; слѣдовательно, ежегодно 10 марта и 10 сентября солнце, въ полдень, будетъ въ зенитѣ; кромѣ того, всѣ солнечныя параллели горизонтомъ дѣлятся пополамъ, а потому всегда день равенъ ночи. Если, наконецъ, наблюдатель находится между тропикомъ и экваторомъ, то ось міра наклонена къ горизонту менѣе, чѣмъ на 23°27′; а потому тропикъ рака лежитъ влѣво отъ зенита; слѣдовательно, солнце будетъ два раза въ зенитѣ: одинъ разъ до 10 іюня, а другой разъ послѣ 10 іюня. Я полагаю, читатель согласится, что эти вопросы заслуживаютъ полнаго вниманія. Простота и ясность, съ каковыми эти вопросы могутъ быть разобраны, даютъ въ руки учителя сильное средство для достиженія солиднаго успѣха. Я остановился на самыхъ выпуклыхъ частяхъ элементарнаго преподаванія. При благопріятныхъ условіяхъ можно было бы намѣтить совершенно подробный планъ математической географіи; теперь мнѣ недостаетъ для этого времени, и кромѣ того, у меня нѣтъ увѣренности въ успѣхѣ начатаго дѣла. Я хочу остановиться еще на одномъ пунктѣ, весьма неудовлетворительно поставленномъ въ курсахъ космографіи. Я говорю о теоріи всеобщаго тяготѣнія. По моему мнѣнію, изъ этой теоріи, въ составъ элементарнаго преподаванія, должны войти слѣдующія формулы:

1) Законъ тяготѣнія, выражаемый пропорціей

$$\frac{F}{F_1} = \frac{R_1^2}{R^2};$$

2) Уравненіе тяготѣнія

$$f\,(M+m) = \frac{4\pi^2 R^3}{T^2},$$

3) Опредѣленіе постояннаго

$$f=\frac{gr^2}{m},$$

гдѣ g—ускореніе свободно-падающаго тѣла на землѣ, r—радіусъ земли, m—масса земли.

При помощи этихъ элементовъ рѣшаются всѣ любопытные вопросы теоріи тяготѣнія.

При благопріятныхъ условіяхъ надѣемся побесѣдовать о постановкѣ курса физической географіи.

Нижній Новгородъ.

И. Д.

БИБЛІОТЕКА
1898
ИМПЕРАТОРСКАГО ВОЛЬНАГО ЭКОНОМИЧ. ОБЩЕСТВА

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



НОЯБРЬ—1895.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.

СОДЕРЖАНІЕ:

Часть офиціальная.

стр.

Приказы по военно-учебнымъ заведеніямъ, №№ 75, 77 и 78 . 81

Циркуляры по военно-учебнымъ заведеніямъ: №№ 33, 34, 35 и 37 . 86

Часть неофиціальная.

„Старосвѣтскіе помѣщики“ Гоголя. Ст. I. *А Флерова* 379

Замѣтки учителя ариѳметики. *И. Долбня* 405

Ненормальности дѣтей на психопатической основѣ *А. Нейфельда* . 418

Оскаръ Іегеръ о преподаваніи исторіи. *А. Н. Поливанова* . . 445

Критика и библіографія:

Н. Рыбкинъ. Прямолинейная тригонометрія. *В. Шидловскаго* . 460

И. Ждановъ. Русскій былевой эпосъ. *В. Я.* 468

Мнѣнія русскихъ людей о лучшихъ книгахъ для чтенія. Изд. М. Ледерле. *А. О* 472

Рефераты:

Ораторъ, поэтъ, актеръ и драм. авторъ. *Герб. Спенсера* . . . 474

Отношеніе между преподаваніемъ физики въ высшихъ учеб. заведеніяхъ и въ средней школѣ. *Проф. Видеманна* . . 475

льзасская школа въ 1893—94 году 481

.друсскіе кад. корпуса. 483

Для библіографическихъ справокъ 486

Объявленія . 489

Въ приложеніи:

1) Краткій обзоръ дѣятельности Пед. Музея военно-учебныхъ заведеній за 1894—95 учебный годъ. Листъ 7.

2) Медико-статистическій отчетъ о заболѣваемости и смертности въ военно-учебныхъ заведеніяхъ въ періодъ 1886—1894 гг. *Д-ра Н. Демьянкова.* Листъ 1-й.

1898
ИМПЕРАТОРСКАГО ВОЛЬНАГО ЭКОНОМИЧ. ОБЩЕСТВА

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

НОЯБРЬ, 1895.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.
1895.

ТИПОГРАФІЯ М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 5. ЛИН. 28.

2375

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

„Старосвѣтскіе помѣщики“.

(Гоголя.)

Повѣсть «Старосвѣтскіе помѣщики», изданная въ 1835 г. вмѣстѣ съ другими повѣстями изъ малороссійскаго быта, въ книгѣ подъ заглавіемъ: «Миргородъ», была написана Гоголемъ подъ свѣжимъ впечатлѣніемъ поѣздки въ Малороссію.

Въ 1832 г. Николаю Васильевичу Гоголю удалось привести въ исполненіе свою мечту, не разъ увлекавшую его пылкое воображеніе въ тяжелыя минуты столичной жизни: послѣ трехлѣтней разлуки съ родной семьей и очаровательной Украйной, которой онъ не покидалъ вплоть до отъѣзда въ Петербургъ въ декабрѣ 1828 г., молодой авторъ двухъ томиковъ съ «Вечерами на хуторѣ близъ Диканьки» снова очутился, въ іюлѣ мѣсяцѣ, подъ темно-синимъ малороссійскомъ небомъ.

Поѣздка Гоголя въ Малороссію состоялась какъ-то невзначай, безъ долгихъ размышленій съ его стороны и совершенно неожиданно для его знакомыхъ. Съ пробужденіемъ живительныхъ силъ весенней природы у жителя юга со дна души всплыло неудержимое желаніе оставить непривѣтный, устланный камнемъ Петербургъ и пожить на просторѣ полей. Къ тому же и весна средь «финскихъ блатъ» донимала сына роскошной Малороссіи мелкимъ дождемъ и сыростью тумановъ.

Замѣтки учителя ариѳметики.

Среди образованнаго общества, неизвѣстно почему, издавна утвердилось мнѣніе, что обученіе математикѣ въ среднихъ школахъ покоится на самыхъ прочныхъ основаніяхъ. Школьную математику обыкновенно считаютъ образцомъ ясности, точности и послѣдовательности. Приходится постоянно слышать, что наше дѣло, — дѣло учителей математики, — самое простое и въ то же время самое лестное дѣло. Задача учителя будто бы сводится къ тому, чтобы хорошо знать свой предметъ и умѣть ясно его преподать. А въ какомъ порядкѣ вести преподаваніе, какихъ методовъ при этомъ держаться, какія конечныя цѣли преслѣдовать,—всѣ эти вопросы будто бы давно рѣшены (неизвѣстно кѣмъ) и при томъ рѣшены разъ навсегда. Всѣ эти ходячія мнѣнія представляютъ чистую выдумку.

Вѣрнѣе будетъ, если мы скажемъ, что наше дѣло страдаетъ косностью и что косность эта несвѣдущими людьми принимается за устойчивость. Недалеко отъ насъ то время, когда преподаваніе ариѳметики основывалось на строгомъ разграниченіи элементарнаго курса отъ курса систематическаго. Элементарное преподаваніе велось безъ учебника; почти все его содержаніе исчерпывалось разучиваніемъ задачъ, расположенныхъ въ болѣе или менѣе систематическомъ порядкѣ. Учителя избѣгали обременять дѣтей разсужденіями и выводами. Цѣли этого преподаванія заключались въ томъ, чтобы ученикъ овладѣлъ практической, житейской ариѳметикой, научился бы, говоря по просту,

хорошо считать. Средствами для достиженія этой цѣли служили наглядныя пособія въ широкомъ значеніи этого слова. Учитель никогда не забывалъ, что задача школы будетъ выполнена лишь тогда, когда предметомъ овладѣютъ самые слабые, самые ограниченные ученики.

Несмотря на то, что идея элементарнаго преподаванія никогда не была чьей-либо исключительной выдумкой, что идея эта выросла и развилась исторически въ Западной Европѣ; несмотря на то, что на сторонѣ элементарной методики былъ житейскій, историческій и психологическій опытъ; несмотря на все это, у насъ отнеслись къ элементарному преподаванію съ крайнимъ недоброжелательствомъ.

Между прочимъ приходилось часто слышать, что глупыя нѣмецкія дѣти не могутъ служить образцомъ для нашихъ будто бы умныхъ дѣтей, что нашъ ребенокъ настолько уменъ, что будетъ смѣяться надъ нѣмецкими педагогическими выдумками. На этомъ инструментѣ всегда и вездѣ играютъ съ успѣхомъ. Наша методика элементарнаго преподаванія осуждена и осмѣяна; ей просто не дали развиться.

Въ настоящее время у насъ ведется систематическое преподаваніе ариѳметики почти съ перваго класса и не иначе, какъ по учебнику Ф. Симашко. Но этого мало: установлено производить въ VII классѣ повтореніе ариѳметики по тому же самому учебнику. Другими словами: отъ дѣтей первыхъ трехъ классовъ требуются знанія полнаго курса ариѳметики и практически, и теоретически. Насколько удобоисполнимы подобныя требованія, знаютъ только учителя, которые, по необходимости, далеко отодвигаются отъ указаннаго программами *maximum'a*. Жизнь сильнѣе программы и сильнѣе всякаго учебника; поэтому мы думаемъ, что фактически въ первыхъ трехъ классахъ господствуетъ все-таки элементарный курсъ; учебники же лежатъ у воспитанниковъ больше «для порядка». Невозможно повѣрить, чтобы мальчикъ второго класса сознательно усвоилъ всѣ тѣ теоремы, на которыхъ основано отысканіе общаго наименьшаго кратнаго дѣлителя.

Справедливость требуетъ засвидѣтельствовать, что въ учебникѣ Ф. Симашко указанный отдѣлъ ариѳметики изложенъ въ

формѣ настолько доступной, насколько вообще доступность можетъ быть согласована со строгостью изложенія. Въ учебникѣ нѣтъ рѣшительно ничего излишняго; теоремы иллюстрируются числовыми примѣрами, и тѣмъ не менѣе нельзя себѣ представить такого мальчика, который могъ бы сознательно усвоить все, что требуется учебникомъ. Гораздо позднѣе, въ IV классѣ, мнѣ приходилось обучать дѣтей началамъ, на которыхъ, по Бертрану, основано сложеніе и вычитаніе многочленовъ. Начала эти настолько просты, что почти очевидны безъ доказательствъ. Для разъясненія дѣла я избираю самый естественный, самый доступный путь. Составляю соотвѣтствующія, весьма простыя задачи и, при помощи этихъ задачъ, разъясняю начала. Тѣмъ не менѣе успѣхъ дается послѣ весьма продолжительныхъ классныхъ упражненій. Можно ли сравнить трудность усвоенія Бертрановскихъ началъ съ трудностью тѣхъ теоремъ, на которыхъ основано отысканіе общаго наименьшаго кратнаго или общаго наибольшаго дѣлителя? Можно ли вообще мальчику 2-го класса предлагать какія бы то ни было теоремы? Каждая теорема требуетъ доказательства, т.-е. отвлеченнаго разсужденія. Нужно, во-первыхъ ясно понимать необходимость доказательства, т.-е. неочевидность той истины, которая трактуется теоремой, а подобное пониманіе предполагаетъ критическое отношеніе къ предмету. Во-вторыхъ, каждое доказательство основывается на истинахъ безспорныхъ: или безспорныхъ по своей сущности, или ранѣе доказанныхъ. Нужно поэтому умѣть отличать безспорное отъ сомнительнаго. Можно ли предполагать въ одиннадцатилѣтнемъ ребенкѣ столь развитыя умственныя способности? Въ прежнее время преподаваніе ариѳметики оканчивалось въ IV классѣ, гдѣ ученики должны были пройти систематическій курсъ ариѳметики, къ сожалѣнію, по очень плохому учебнику Малинина.

Такая постановка дѣла имѣла за себя довольно вѣскія основанія. Ученики IV класса, будучи достаточно подготовлены для систематическаго курса геометріи, очевидно, могли овладѣть теоретическимъ курсомъ ариѳметики. Къ этому нужно прибавить, что, въ описываемый періодъ времени, по причинамъ, о которыхъ здѣсь не мѣсто распространяться, подготовка новичковъ, поступающихъ въ первый классъ, была вполнѣ удовлетвори-

тельна и находилась въ надлежащемъ соотвѣтствіи съ характеромъ того обученія, которое ожидало мальчика въ корпусѣ. Извѣстно, что въ четвертомъ классѣ не заканчивалось обученіе ариѳметикѣ: строго научное изложеніе предмета учащіеся встрѣчали въ седьмомъ классѣ, гдѣ, по преимуществу, руководствомъ служило классическое сочиненіе Серре. Противъ такой постановки дѣла можно сдѣлать, однако, весьма существенныя возраженія. Во-первыхъ, курсъ математики четвертаго класса (состоящій изъ ариѳметики, алгебры и геометріи) отличался столь значительными размѣрами, что, по необходимости, приходилось ариѳметику, въ значительной степени, игнорировать. Во-вторыхъ, въ седьмомъ классѣ учитель не могъ удѣлить ариѳметикѣ болѣе одного недѣльнаго урока, а во многихъ случаяхъ преподаваніе ариѳметики приходилось откладывать до второго полугодія. Между тѣмъ нужно было готовить учениковъ не только къ устному, но и къ письменному экзамену. Одного недѣльнаго урока недостаточно для изученія книги Серре, а тутъ еще приходилось тратить массу времени на производство письменныхъ упражненій.

При такихъ обстоятельствахъ не могло быть полнаго успѣха, и ученикъ оканчивалъ среднее образованіе, не имѣя твердыхъ знаній въ ариѳметикѣ. Мы думаемъ, каждый согласится, что въ младшихъ классахъ преподаваніе ариѳметики должно быть самое элементарное, самое доступное. Нужно достигнуть того, чтобы практической ариѳметикой овладѣли рѣшительно всѣ ученики; чтобы каждый могъ рѣшить задачу, не требующую изобрѣтательности. Подъ умѣніемъ рѣшить задачу мы разумѣемъ умѣнье довести до конца всю выкладку, безъ посторонней помощи. Для достиженія этой цѣли всѣ теоретическіе отдѣлы должны быть окончательно исключены. Все то, что не имѣетъ непосредственнаго отношенія къ производству дѣйствій, не должно имѣть мѣста въ элементарномъ курсѣ. По нашему мнѣнію, не слѣдуетъ обременять учащихся даже понятіемъ о наименьшемъ общемъ кратномъ, а тѣмъ болѣе понятіемъ объ общемъ наибольшемъ дѣлителѣ. Можно научить дѣтей приведенію къ одному знаменателю безъ помощи теоріи общаго наименьшаго кратнаго. Для этого достаточно практически научиться разлагать число на первоначальныхъ множителей, не давая никакихъ понятій о

степени первоначальнаго числа. Когда составъ знаменателей передъ глазами ученика, то совсѣмъ нетрудно найти общаго знаменателя и подыскать множителей, недостающихъ каждому знаменателю. Для цѣлей обычной ариѳметической выкладки совсѣмъ не нужно знать, что найденный знаменатель есть наименьшій общій знаменатель.

Такое праздное любопытство не имѣетъ, во второмъ классѣ, никакого оправданія. Развѣ цѣль вычисленія въ разысканіи общаго знаменателя, потому что онъ наименьшій? Какая, спрашивается, польза отъ того, что мы удовлетворимъ праздное любопытство? А между тѣмъ для этихъ несерьезныхъ цѣлей нужно дѣлать невѣроятныя усилія; повергать дѣтей въ неисходную тоску; доводить ихъ до отчаянія, и быть можетъ, многимъ испортить жизнь! Подумайте, на что все это нужно! Усвоивъ правильный взглядъ на преподаваніе, мы, во-первыхъ, приближаемся къ свойствамъ дѣтскаго ума, а во-вторыхъ, сберегаемъ массу времени, которое тратится (обидно сказать) по пустому— на усвоеніе теоретическихъ тонкостей, недоступныхъ дѣтскому уму. Но этого мало: практикуемое нынѣ изложеніе все-таки не отличается научной строгостью, что сознавалъ и авторъ обязательнаго учебника, покойный Ф. Симашко. Въ концѣ учебника Симашко находится отдѣлъ о дѣлимости, предназначенный для повторительнаго курса въ седьмомъ классѣ. Намъ кажется также, что въ первыхъ трехъ классахъ не слѣдуетъ давать никакого понятія о пропорціяхъ; тѣмъ болѣе слѣдуетъ навсегда проститься съ нелѣпымъ ученіемъ объ отношеніяхъ; ученіе это удерживается въ учебникахъ и программахъ только по причинѣ непонятной косности тѣхъ и другихъ. Опытъ показалъ, что отдѣлъ этотъ недоступенъ для пониманія учениковъ третьяго класса по причинѣ своей отвлеченности. Опять мы здѣсь встрѣчаемся съ цѣлымъ рядомъ теоремъ, требующихъ разсужденія.

Многія изъ этихъ теоремъ остаются безъ всякаго примѣненія, трудно усваиваются и еще труднѣе удерживаются въ памяти. Малолѣтній ученикъ только тогда занимается охотно, когда, вслѣдъ за объясненіемъ учителя, онъ можетъ взять карандашъ или грифель и тутъ же, въ классѣ, попробовать свои силы на рѣшеніи задачъ. Если ко всему сказанному прибавить со-

вершенную безполезность пропорцій (особенно ариѳметическихъ) въ элементарномъ курсѣ ариѳметики, то каждый согласится, что упомянутый отдѣлъ слѣдуетъ разучить въ четвертомъ кассѣ, въ курсѣ алгебры, къ каковому курсу пропорціи и относятся по существу дѣла. Единственная причина, удерживающая до сихъ поръ отдѣлъ о пропорціяхъ въ курсѣ ариѳметики, есть преувеличенное стремленіе къ соблюденію учебной системы. Изъ любви къ системѣ, въ старину, къ ариѳметикѣ относили ученіе о непрерывныхъ дробяхъ, и этотъ трудный отдѣлъ (теперь смѣшно сказать) проходили во второмъ классѣ!

Было время, когда, по той же причинѣ, въ составъ учебнаго курса ариѳметики входило извлеченіе квадратныхъ и кубическихъ корней изъ чиселъ. Пришлось же разстаться съ дорогими предразсудками, и отъ этого никто ничего не потерялъ. Найдется ли теперь хоть одинъ педагогъ, который пожалѣетъ о старыхъ программахъ? Исключая изъ элементарнаго преподаванія отдѣлъ объ общемъ наибольшемъ дѣлителѣ и общемъ наименьшемъ кратномъ, мы никакъ не можетъ согласиться на отнесеніе этого отдѣла къ повторительному курсу седьмого класса. Теорія неопредѣленныхъ уравненій и въ особенности теорія непрерывныхъ дробей такъ тѣсно связаны съ ученіемъ объ общемъ наибольшемъ дѣлителѣ, что необходимо ученіе это включить въ курсъ алгебры и проходить въ пятомъ или шестомъ классѣ. Подобное расположеніе курса дастъ возможность пройти въ седьмомъ классѣ систематическій и научный курсъ ариѳметики, и, разумѣется, очень желательно вести преподаваніе ариѳметики по классическому руководству Серре. Но только одного недѣльнаго урока недостаточно для того, чтобы преподаваніе принесло желаемые результаты. Если поэтому нѣтъ возможности удѣлить ариѳметикѣ два недѣльныхъ урока, то можно ограничиться существующимъ учебникомъ Ф. Симашко, тѣмъ болѣе, что учебникъ этотъ не имѣетъ большихъ претензій на оригинальность и представляетъ довольно точную компиляцію книги Серре.

Книга Симашко есть попытка объяснить одиннадцатилѣтнимъ мальчикамъ такія истины, которыя доступны пониманію учениковъ старшихъ классовъ; поэтому книга не можетъ надлежащимъ образомъ удовлетворить ни младшихъ, ни старшихъ уче-

никовъ. Тѣмъ не менѣе учебникъ написанъ умѣлою рукою очень опытнаго и знающаго педагога; поэтому, на нѣкоторое время, можно бы ограничиться тѣми свѣдѣніями, которыя даетъ эта книга. Выше уже замѣчено, что изученіе теоріи общаго наибольшаго дѣлителя и общаго наименьшаго кратнаго должно быть включено въ курсъ алгебры пятаго или шестого класса. Чрезвычайная важность этихъ теорій привлекла, въ послѣднее время, мое вниманіе, и меня очень удивило, что, въ педагогическомъ отношеніи, теоріи эти не сдѣлали никакого успѣха въ теченіе многихъ лѣтъ. Каждый новый учебникъ повторяетъ, почти буквально, то, что заключалось въ прежнихъ книгахъ. Наибольшимъ распространеніемъ въ новѣйшихъ полныхъ руководствахъ пользуются идеи Бертрана и Серре. Въ книгѣ Симашко (§ 312, 313, 314) сдѣланы, впрочемъ, нѣкоторыя неудачныя измѣненія. Я не знаю, въ какой мѣрѣ эти измѣненія самостоятельны; но никакой новой мысли, никакого новаго обобщенія онѣ въ себѣ не заключаютъ. Сказанное относится ко всѣмъ тѣмъ учебникамъ, съ которыми мнѣ приходилось ознакомиться. Никто, напримѣръ, не замѣчаетъ тѣснѣйшей связи между теоріей общаго наибольшаго дѣлителя и теоріей общаго наименьшаго кратнаго; никто (сколько я знаю) не обращаетъ вниманія на то, что мы имѣемъ, въ сущности, не двѣ различныя теоріи, а только одну; никто, до сихъ поръ, не констатировалъ, что общій наибольшій дѣлитель есть частный случай общаго наименьшаго кратнаго; никто поэтому не даетъ себѣ основательнаго отчета, какой изъ двухъ названныхъ отдѣловъ нужно излагать раньше.

По примѣру Серре (у котораго были свои основанія), начинаютъ съ общаго наибольшаго дѣлителя и затѣмъ переходятъ къ общему наименьшему кратному. А между тѣмъ легко убѣдиться, что логичнѣе поступать какъ разъ наоборотъ. Изъ нижеслѣдующаго изложенія читатель ознакомится съ достаточностью тѣхъ основаній, на которыхъ покоится приводимая теорія. Здѣсь, разумѣется, неумѣстно входить во всѣ подробности, и въ тѣхъ случаяхъ, когда пришлось бы воспроизводить доказательства Серре, мы ограничимся лишь формулированіемъ теоремы.

Теорема I. Всякое общее кратное данныхъ чиселъ есть кратное ихъ общаго наименьшаго кратнаго.

Теорема II. Частныя, происходящія отъ дѣленія общаго наименьшаго кратнаго на всѣ данныя числа, суть числа первыя между собою.

Теорема III. Обратная. Если частныя, происходящія отъ дѣленія общаго кратнаго на данныя числа, суть числа первыя между собою, то данное кратное есть общее наименьшее кратное.

Опредѣленіе. Число, дѣлящее всѣ данныя числа безъ остатка, называется ихъ общимъ дѣлителемъ.

Теорема IV. Общее наименьшее кратное всѣхъ общихъ дѣлителей данныхъ чиселъ.

$$A, B, C, \ldots\ldots$$

есть ихъ общій наибольшій дѣлитель.

Доказательство. Назовемъ общее наименьшее кратное всѣхъ общихъ дѣлителей данныхъ чиселъ черезъ D. Во-первыхъ ясно, что D есть общій дѣлитель чиселъ

$$A, B, C, \ldots\ldots;$$

ибо числа $A, B, C, \ldots\ldots$, будучи всѣ кратными своихъ общихъ дѣлителей, будутъ кратными и ихъ наименьшаго кратнаго D (Теор I). Во-вторыхъ, не существуетъ общаго дѣлителя, большаго D; ибо D есть общее наименьшее кратное всѣхъ общихъ дѣлителей. А потому D есть общій наибольшій дѣлитель чиселъ.

$$A, B, C, \ldots\ldots,$$

ч. и. с. д.

Въ этой теоремѣ заключается опредѣленіе общаго наибольшаго дѣлителя. Изъ опредѣляющей теоремы (IV) прямо вытекаетъ

Слѣдствіе. Всякій общій дѣлитель данныхъ чиселъ есть дѣлитель ихъ общаго наибольшаго дѣлителя.

Теорема V. Частныя, происходящія отъ дѣленія данныхъ чиселъ на ихъ общаго наибольшаго дѣлителя, суть числа первыя между собою.

Доказательство. Пусть

$$A, B, C, \ldots\ldots$$

данныя числа, которыхъ общій наибольшій дѣлитель D. Пусть

$$A = D.a,\ B = D.b,\ C = D.c, \ldots\ldots;$$

нужно доказать, что

$$a, b, c, \ldots\ldots$$

суть числа первыя между собою. Еслибы оказалось, что

$$a, b, c, \ldots\ldots$$

имѣютъ общаго дѣлителя d, то можно положить

$$a = da', \ b = db', \ c = dc', \ldots\ldots$$

Тогда

$$A = Dd \cdot a'; \ B = Dd \cdot b'; \ C = Dd \cdot c', \ldots\ldots$$

Открываемъ существованіе общаго дѣлителя Dd, который въ d разъ больше общаго наибольшаго дѣлителя, чего не можетъ быть.

Теорема VI. Обратная. Если частныя, происходящія отъ дѣленія данныхъ чиселъ

$$A, B, C, \ldots\ldots$$

на общаго дѣлителя D, суть числа первыя между собою, то D есть общій наибольшій дѣлитель данныхъ чиселъ.

Доказательство. Пусть

$$A = Da, \ B = Db, \ C = Cc, \ldots\ldots$$

гдѣ $a, b, c, \ldots\ldots$ суть числа первыя между собою. Если D не есть общій наибольшій дѣлитель, то найдется число D', кратное D, по теоремѣ IV (Слѣдствіе), дѣлящее

$$A, B, C, \ldots\ldots$$

Пусть

$$A = D'a'; \ B = D'b'; \ C = D'c', \ldots\ldots,$$
$$D' = Dd.$$

Тогда

$$A = Dda'; \ B = Ddb'; \ C = Ddc', \ldots\ldots$$

А потому

$$a = da', \ b = db', \ e = dc', \ldots\ldots$$

Видимъ, что

$$a, b, c, \ldots\ldots$$

имѣютъ общаго дѣлителя d, т.-е. не первые между собою, что противорѣчитъ заданію.

Теорема VII. Если всѣ данныя числа помножить на произ-

вольное цѣлое число k, то на k умножится и ихъ общій наибольшій дѣлитель.

Доказательство. Пусть D общій наибольшій дѣлитель чиселъ

$$A,\ B,\ C, \ldots\ldots$$

Тогда можно взять

$$A = Da,\ B = Db.\ C = Dc, \ldots\ldots,$$

гдѣ $a, b, c, \ldots\ldots$ суть числа первыя между собою.

Имѣемъ

$$Ak = k.D.a,\ Bk = kD.b,\ Ck = kC.c, \ldots\ldots$$

А такъ какъ

$$a,\ b,\ c, \ldots\ldots$$

первыя между собою, по заданію, то kD есть общій наибольшій дѣлитель чиселъ.

$$Ak,\ Bk,\ Ck, \ldots\ldots,$$

ч. и. с. д.

Теорема VIII. Если данныя числа раздѣлить на k, то на k раздѣлится и ихъ общій наибольшій дѣлитель.

Доказательство. Пусть, по прежнему

$$A = Da,\ B = Db,\ C = Dc, \ldots\ldots,$$

гдѣ D есть общій наибольшій дѣлитель чиселъ

$$A,\ B,\ C, \ldots\ldots,$$

Слѣдовательно

$$a,\ b,\ c, \ldots\ldots$$

суть числа первыя между собою. Пусть k есть общій дѣлитель чиселъ

$$A,\ B,\ C, \ldots\ldots$$

По теоремѣ IV (слѣдствіе) k есть дѣлитель D. Поэтому

$$\frac{A}{k} = \frac{D}{k} \times a,$$

$$\frac{B}{k} = \frac{D}{k} \times b,$$

$$\frac{C}{k} = \frac{D}{k} \times c,$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

Такъ какъ $a, b, c, \ldots$ первыя между собою, то $\frac{D}{k}$ есть общій наибольшій дѣлитель чиселъ

$$\frac{A}{k}, \frac{B}{k}, \frac{C}{k}, \ldots$$

ч. и. с. д.

Теорема IX. Если произведеніе двухъ чиселъ AB дѣлится на третье число C и если A первое съ C, то B дѣлится на C.

Теорема X. Если данныя числа

$$A, B, C, \ldots$$

помножить или раздѣлить на цѣлое число k, то на k умножится или раздѣлится ихъ общее наименьшее кратное M. Имѣемъ по заданію

$$M = Aa = Bb = Cc,$$

гдѣ

$$a, b, c$$

первыя между собою. Ясно, что

$$Mk = Ak \cdot a = Bk \cdot b = Ck \cdot c \text{ и}$$
$$\frac{M}{k} = \frac{A}{k} a = \frac{B}{k} b = \frac{C}{k} \cdot c,$$

а такъ какъ

$$a, b, c$$

первыя между собою, по заданію, то Mk есть общее наименьшее кратное чиселъ

$$Ak, Bk, Ck,$$

а также $\frac{M}{k}$ есть общее наименьшее кратное чиселъ

$$\frac{A}{k}, \frac{B}{k}, \frac{C}{k}, \text{ ч.и.с.д.}$$

Теорема XI. Общее наименьшее кратное двухъ взаимно первыхъ чиселъ A и B равно ихъ произведенію.

Доказательство. Частное, происходящее отъ дѣленія AB на A есть B; частное, происходящее отъ дѣленія AB на B есть A; а такъ какъ B и A первыя между собою, то AB есть общее наименьшее кратное чиселъ A и B,

ч. и. с. д.

Слѣдствіе. Число, дѣлящееся на два взаимно первыхъ числа, раздѣлится и на ихъ произведеніе. Ибо всякое кратное данныхъ чиселъ есть кратное ихъ общаго наименьшаго кратнаго.

Теорема XII. Общее наименьшее кратное двухъ чиселъ найдется, если ихъ произведеніе раздѣлить на ихъ общаго наибольшаго дѣлителя.

Доказательство. Пусть M есть общее наименьшее кратное двухъ чиселъ A и B. Если A и B раздѣлить на D, то на D раздѣлится и ихъ общее наименьшее кратное M (теорема X). А такъ какъ $\frac{A}{D}$ и $\frac{B}{D}$ суть числа первыя между собою, то,

$$\frac{M}{D}=\frac{A}{D}\times\frac{B}{D} \text{ (теорема XI).}$$

Умножая обѣ части на D, получимъ

$$M=\frac{AB}{D}, \text{ ч. и. с. д.}$$

Теорема XIII. Общій наибольшій дѣлитель двухъ чиселъ A и B найдется въ рядѣ остатковъ, происходящихъ отъ послѣдовательнаго дѣленія A на B.

Доказательство. Раздѣлимъ A на B; назовемъ частное черезъ q_1, остатокъ черезъ r_1. Раздѣлимъ B на r_1; назовемъ частное черезъ q_2 и остатокъ черезъ r_2; потомъ раздѣлимъ r_1 на r_2; назовемъ частное черезъ q_3 и остатокъ черезъ r_3 и т. д. Послѣдовательные остатки

$$r_1,\ r_2,\ r_3,\ \ldots\ldots\ldots$$

представляютъ рядъ уменьшающихся цѣлыхъ чиселъ, а потому мы дойдемъ до остатка, равнаго нулю; иначе дѣйствіе не окончится, а оно непремѣнно должно окончиться.

Пусть, для простоты

$$r_4=0;$$

тогда имѣемъ рядъ равенствъ

$$\begin{aligned} A&=Bq_1+r_1,\\ B&=r_1q_2+r_2,\\ r_1&=r_2q_3+r_3,\\ r_2&=r_3q_4. \end{aligned}$$

Равенства эти показываютъ, что всякій общій дѣлитель A

и B раздѣлитъ r_1, r_2, а потому и r_3. Слѣдовательно r_3 есть кратное всѣхъ общихъ дѣлителей A и B. Но съ другой стороны r_3, дѣля r_2, раздѣлитъ r_1, B и A. Слѣдовательно r_3 есть общій дѣлитель A и B. Будучи общимъ дѣлителемъ A и B, кратнымъ всѣхъ общихъ дѣлителей, r_3 есть общій наибольшій дѣлитель A и B,

ч.и.с.д.

Этимъ я заканчиваю теорію, не останавливаясь на подробностяхъ, которыя могутъ быть заимствованы изъ всякаго хорошаго руководства. Полагаю, впрочемъ, что всѣ подробности излишни.

И. Долбня.

341

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Образованіе и воспитаніе.

V.

Первая статья Пирогова была написана не для профессіональныхъ педагоговъ, а для большой публики, и обнаружила въ немъ мыслителя, какимъ она, эта публика, признала его еще разъ по напечатаніи его дневника. Въ статьѣ этой ставилась, какъ мы видѣли, серьезная задача педагогической дѣятельности. Когда Пироговъ былъ назначенъ попечителемъ учебнаго округа, онъ имѣлъ возможность близко узнать дѣйствительныя средства школы и, руководя ею, всегда считался съ тѣмъ, что представляли собою ея живыя силы. Извѣстно, что мѣры его вызвали многостороннюю критику въ тогдашнихъ педагогическихъ и общихъ журналахъ, и замѣчанія, направленныя противъ него, онъ не оставилъ безъ отвѣтовъ. Эти отвѣты не были исключительно полемическими статьями; онъ отвѣчалъ на замѣчанія журналовъ одновременно съ замѣчаніями педагогическихъ совѣтовъ подначальныхъ ему учебныхъ заведеній, или просто имѣлъ ихъ въ виду, трактуя какой-нибудь частный педагогическій вопросъ въ своихъ циркулярахъ, замѣчаніяхъ на проектъ реформъ и т. п. Читателю второй серіи его статей неизбѣжно считаться съ тѣмъ положеніемъ, въ какое онъ сталъ

Простѣйшій способъ преобразованія уравненія 2-го порядка къ осямъ симетріи.

Извѣстно, что общее уравненіе второго порядка, послѣ преобразованія къ центру, принимаетъ форму

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + F = o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Если мы повернемъ координатныя оси на нѣкоторый уголъ, не измѣняя начала, то, какъ извѣстно, послѣдній членъ F уравн. (1) останется безъ перемѣны, и преобразованное уравненіе будетъ того же характера, что и (1). Называя новыя перемѣнныя черезъ X и Y, получимъ

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + F = A'X^2 + B'XY + C'Y^2 + F,$$

или

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 = A'X^2 + B'XY + C'Y^2.$$

Если мы желаемъ, чтобы

$$B' = O,$$

то имѣемъ

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 = A'X^2 + C'Y^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Кромѣ того

$$x^2 + y^2 = X^2 + Y^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3),$$

ибо обѣ части (3) равенства выражаютъ разстояніе всякой точки до начала, которое въ старыхъ и новыхъ осяхъ одно и то же (центръ кривой).

Умножая (3) на произвольнаго множителя $+k$ и вычитая результатъ изъ (2), получимъ

$$(A-k)\,x^2 + Bxy + (C-k)\,y^2 = (A'-k)\,X^2 + (C'-k)\,Y^2 \ . \quad (4)$$

Если сдѣлать

$$k = A',$$

или

$$k = C',$$

то правая часть урав. (4) обращается въ точный квадратъ. Поэтому и лѣвая часть будетъ точнымъ квадратомъ для тѣхъ же значеній k. Но лѣвая часть уравн. (4) будетъ точнымъ квадратомъ, когда удовлетворится квадратное уравненіе.

$$B^2 - 4(A-k)(C-k) = O \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Значитъ, корни уравненія (5) будутъ

$$k_1 = A',\ k_2 = C'.$$

Урав. (5) можно дать форму

$$k^2 - (A+C)k + \frac{4AC - B^2}{4} = O\ ;$$

Отсюда

$$A' = \frac{A+C}{2} \pm \sqrt{\frac{(A-C)^2 + B^2}{4}},$$

$$C' = \frac{A + C \pm \sqrt{(A-C)^2 + B^2}}{2}.$$

Извѣстныя формулы для опредѣленія коэффиціентовъ преобразованнаго уравненія.

Предлагаемый способъ есть значительно измѣненный способъ Буля [1]), въ которомъ сдѣланы существенныя упрощенія, важныя, какъ мы думаемъ, въ педагогическомъ отношеніи. Обыкновенно по сему предмету разводятъ въ учебникахъ цѣлую литературу, полагая, что длинныя выкладки весьма способствуютъ уразумѣнію вопроса. Но мы думаемъ, что гораздо производительнѣе толково изложить простой и изящный методъ, чѣмъ изощряться въ обременительной выкладкѣ, требующей чрезвычайныхъ и безполезныхъ усилій памяти.

И. Долбня.

[1]) Салмонъ, „Коническія Сѣченія", стр. 143, 1892.

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Ариѳметическая казуистика.

VI.

Методы рѣшеній, предлагаемые нашею школою, судя по изложеніямъ въ учебникахъ и пріемамъ, практикуемымъ въ заведеніяхъ, которыя мнѣ приходилось наблюдать, какъ бы съ цѣлью изобрѣтаются такіе, чтобы ученику было какъ можно труднѣе рѣшить задачу. Я не говорю уже о томъ, что чисто-ариѳметическихъ задачъ почти вовсе избѣгаютъ и учебники и преподаватели, но даже въ задачахъ, рѣшаемыхъ по шаблону, дается шаблонъ, который запомнить всего труднѣе. Напримѣръ, въ задачахъ на проценты, учетъ векселей и проч., непремѣнно требуется, чтобы ученикъ, составляя строки пропорціональныхъ чиселъ въ задачѣ, сразу началъ съ того числа, которое находится въ различной отъ x строкѣ. Это чрезвычайно трудно, пока всѣ шаблоны не запомнятся наизусть. Гораздо проще было бы всегда начинать съ x, т.-е. съ вопроса, а затѣмъ, если задачу почему-либо не хотятъ рѣшать посредствомъ пропорцій (которыхъ, кстати сказать, большинство преподавателей не любитъ, такъ какъ, хорошо усвоивъ пропорціи, можно рѣшеніе этихъ задачъ превратить почти въ механическое дѣло), хотя задачи эти представляютъ упражненіе на пропорціи, можно тогда и переставить строки, напр.:

Во сколько времени капиталъ a принесетъ r рублей прибыли, если отдать его по $p^0/_0$?

Замѣтка по теоретической ариѳметикѣ.

Желая содѣйствовать, по мѣрѣ силъ, усовершенствованію преподаванія теоретической ариѳметики, я рѣшаюсь обратить вниманіе преподавателей на изложеніе теоріи общаго наибольшаго дѣлителя. Теорія общаго наибольшаго дѣлителя и общаго наименьшаго кратнаго составляютъ, по моему мнѣнію, все существо теоретической ариѳметики. Къ сожалѣнію, эта идея, судя по нѣкоторымъ даннымъ, не совсѣмъ ясно сознается тѣми, кто беретъ на себя смѣлость писать учебныя руководства.

Большинство нашихъ авторовъ неясно понимаетъ, что выборъ теоремъ о числахъ, долженствующихъ войти въ составъ курса теоретической ариѳметики, зависитъ отъ бо́льшей или меньшей соприкосновенности этихъ теоремъ съ двумя капитальными теоріями, о которыхъ сказано выше. Недавно на страницахъ «Педагогическаго Сборника» я изложилъ обѣ теоріи, о которыхъ говорю вновь, и старался показать, что гораздо цѣлесообразнѣе разсматривать общій наибольшій дѣлитель, какъ общее наименьшее кратное всѣхъ общихъ дѣлителей данныхъ чиселъ. Не знаю, какой успѣхъ имѣла моя статья, не знаю, обратилъ ли кто-нибудь вниманіе на мои мысли; но знаю несомнѣнно, что ученія о наибольшемъ дѣлителѣ и наименьшемъ кратномъ трактуются не совсѣмъ убѣдительно какъ въ учебникахъ, такъ и въ устномъ преподаваніи.

Основаніе для столь категорическаго отзыва будутъ мною опубликованы въ самомъ близкомъ будущемъ, когда обстоятель-

ства позволятъ разобраться въ обширномъ матеріалѣ, собранномъ на состязательномъ пріемномъ экзаменѣ въ Горномъ Институтѣ. Мнѣ довелось проэкзаменовать изъ алгебры и ариѳметики около 500 представителей среднихъ учебныхъ заведеній. Въ столь исключительныхъ условіяхъ находятся немногіе преподаватели, и я считаю своею обязанностію привлечь вниманіе педагоговъ на существенныя стороны обученія математикѣ, насколько эти стороны для меня выяснились при указанныхъ условіяхъ.

Въ хорошихъ руководствахъ обыкновенно отыскиваютъ общій наибольшій дѣлитель на основаніи двухъ теоремъ:

1) Если A дѣлится на B, то B есть общій наибольшій дѣлитель A и B.

2) Если A не дѣлится на B, то, полагая

$$A = BQ + R,$$
$$R < B,$$

доказываютъ, что задача приводится къ отысканію общаго наибольшаго дѣлителя B и R. При доказательствѣ этой послѣдней теоремы, ученикъ, повторяя, положимъ, текстъ учебника Серре, говоритъ очень много: но я никогда не выносилъ впечатлѣнія, что такъ много говорящій понимаетъ существо вопроса. Чтобы быть *доказательнымъ* (а это необходимо), ученикъ долженъ обнаружить, что искомый общій наибольшій дѣлитель D не можетъ быть ни болѣе, ни менѣе общаго наибольшаго дѣлителя B и R. Разсуждать по этой системѣ слѣдовало бы примѣрно такъ: Общій наибольшій дѣлитель A и B дѣлитъ B и R; значитъ онъ не болѣе D_1, общаго наибольшаго дѣлителя B и R; общій наибольшій дѣлитель D_1 между B и R дѣлитъ A и B; значитъ D не менѣе D_1; отсюда

$$D = D_1.$$

Ясно, что это разсужденіе трудно для пониманія, но легко для безсмысленнаго запоминанія. Кромѣ того, я не встрѣчалъ ученика, который могъ бы отчетливо доказать, что общій наибольшій дѣлитель A и B найдется въ рядѣ остатковъ, происходящихъ отъ послѣдовательнаго дѣленія A на B; хотя вопросъ этотъ прекрасно трактуется въ учебникѣ Серре.

Мнѣ кажется, что преподаваніе много бы выиграло отъ слѣдующаго разсужденія:

Напишемъ обычныя равенства

$$A = Bq + r,$$
$$B = rq_1 + r_1,$$
$$r = r_1q_2 + r_2,$$
$$r_1 = r_2q_3 + r_3,$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad ,$$

которыя всѣ вытекаютъ изъ свойствъ дѣленія. Первое равенство показываетъ, что D_1, общій наибольшій дѣлитель A и B, дѣлитъ r; второе равенство показываетъ, что D дѣлитъ r_1, потомъ видимъ, что D дѣлитъ r_2, r_3, r_4, ...

Остатки представляютъ рядъ уменьшающихся цѣлыхъ чиселъ; слѣдовательно послѣдній остатокъ есть нуль. Если

$$r_{n+1} = 0,$$

то имѣемъ

$$A = Bq_1 + r,$$
$$B = rq_2 + r_1,$$
$$r = r_1q_2 + r_2,$$
$$r_1 = r_2q_3 + r_3$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$r_{n-1} = r_nq_{n+1}.$$

Общій наибольшій дѣлитель D дѣлитъ r_n; значитъ

$$D \text{ не больше } r_n.$$

Но D и не меньше r_n, ибо r_n дѣлитъ всю совокупность чиселъ

$$A,\ B,\ r_1,\ r_2, \ldots r_{n-1},\ r_n,$$

слѣдовательно

$$D = r_n.$$

Легко убѣдиться, что въ одной этой теоремѣ вся теорія.

И. Долбня.

11 сентября
1897 года.

ИЗВѢСТІЯ

С.-ПЕТЕРБУРГСКОЙ

БІОЛОГИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРІИ.

(BULLETIN DU LABORATOIRE BIOLOGIQUE DE ST.-PÉTERSBOURG)

ИЗДАНІЕ СОВѢТА ЛАБОРАТОРІИ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

П. ЛЕСГАФТА.

ТОМЪ II.

ВЫПУСКЪ 4.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія И. Н. Скороходова (Надеждинская, 43).
1898.

Новое изложеніе теоріи поверхностей второго порядка безъ центра.

Изъ лекцій.

§ 1.

Дается поверхность

$$(ax + by + cz)^2 + (b'y + c'z)^2 + Dx + Ey + Fz + G = 0 \; \ldots\ldots \; (1)$$

Будемъ ее называть пароболоидомъ.

Теорема. Плоскость

$$Dx + Ey + Fz + G = 0 \; \ldots\ldots\ldots \; (2)$$

есть касательная къ параболоиду.

Доказ. Докажемъ, что прямая

$$Dx + Ey + Fz + G = o, \; b'y + c'z = 0 \; \ldots\ldots \; (3)$$

пересѣкаетъ параболоидъ только въ одной точкѣ.

Для доказательства разсмотримъ систему прямыхъ, параллельныхъ (3). Уравненія этой системы будутъ

$$Dx + Ey + Fz + G = \alpha, \; b'y + e'z = \beta \; \ldots\ldots \; (4),$$

α и β произвольныя постоянныя. Будемъ искать точки пересѣченія параболоида (1) съ прямой (4). Координаты пересѣченія, очевидно, найдутся изъ системы

$$ax + by + cz = \pm \sqrt{-\alpha - \beta^2}$$
$$Dx + Ey + Fz + G = \alpha$$
$$b'y + c'z = \beta.$$

Если α и β обратятся въ нуль, то увидимъ, что прямая

$$Dx + Ey + Fz + G = 0,$$
$$b'y + c'z = 0$$

пересѣкаетъ параболоидъ въ двухъ совпадающихъ точкахъ.

и. с. д.

Подобнымъ же образомъ докажемъ, что прямая

$$\begin{gathered} Dx + Ey + Fz + G = 0, \\ ax + by + cz = 0 \end{gathered}$$

пересѣкаетъ параболоидъ также въ двухъ совпадающихъ точкахъ. Двѣ касательныя

$$\left.\begin{aligned} Dx + Ey + Fz + G = 0 \\ b'y + 'cz = 0 \end{aligned}\right\} (5)$$

и

$$\left.\begin{aligned} Dx + Ey + Fz + G = 0 \\ ax + by + cz = 0 \end{aligned}\right\} (6)$$

лежатъ въ одной плоскости

$$Dx + Ey + Fz + G = 0,$$

которая поэтому есть касательная плоскость.

§ 2.

Черезъ данную на поверхности точку $A\ (x', y', z')$ провести къ ней касательную плоскость. Вводимъ въ уравненіе (1) два произвольныхъ параметра k и l.

Имѣемъ

$$(ax+by+cz+k)^2 + (b'y+c'z+l)^2 + (D-2ak)x + (E-2bk-2b'e)y + (F-2ck-2c'e)z + G-k^2-l^2 = 0.$$

Имѣемъ уравненіе касательной плоскости

$$(D-2ak)x + (E-2bk-2b'l)y + (F-2ck-2c'l)z + G-k^2-l^2 = 0$$

вмѣстѣ съ условіемъ

$$(2ak-D)x' + (2bk+2b'l-E)y' + (2ck+c'l-F)z' + k^2 + l^2 - G = 0,$$

или

$$(ax' + by' + cz' + k)^2 + (by' + cz' + l)^2 = 0;$$

отсюда

$$k = -(ax' + by' + cz'),\ l = -(by' = cz').$$

Задача. Найти уравненіе касательной плоскости къ параболоиду, параллельно данной плоскости

$$Mx + Ny + Pz + Q = 0.$$

Надо имѣть

$$\frac{D-2ak}{M} = \frac{E-2bk-2b'l}{N} = \frac{F-2ck-2c'l}{P},$$

откуда и найдемъ k и l.

Задача. Найти геометрическое мѣсто срединъ хордъ, параллельныхъ касательной

$$b'y + c'z = 0,\ Dx + Ey + Fz + G = 0,\ (A)$$

Одна изъ хордъ системы будетъ

$$b'y + c'z = \alpha,\ Dx + Ey + Fz + G = -\beta^2 \ldots\ldots\ (7).$$

Точки пересѣченія хорды (7) съ поверхностію найдутся изъ уравненій (7) и

$$ax + by + cz = \pm\sqrt{\beta^2 - \alpha}.$$

Называя координаты пересѣченія чрезъ

$$x_1,\ y_1,\ z_1,$$
$$x_2,\ y_2,\ z_2,$$

имѣемъ, очевидно,

$$ax_1 + by_1 + cz_1 = \sqrt{\beta^2 - \alpha^2},$$
$$ax_2 + by_2 + cz_2 = -\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}.$$

Отсюда найдется уравненіе мѣста

$$aX + bY + cZ = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ (8)$$

Подобнымъ же образомъ геометрическое мѣсто срединъ хордъ, параллельныхъ касательной

$$ax + by + cz = 0,\ Dx + Ey + Fz + G = 0\ (B)$$

будетъ

$$b'X + c'Z = 0 \ldots\ldots\ (9).$$

Прямая, выражаемая уравненіями (8) и (9), дѣлитъ пополамъ хорды, параллельныя обѣимъ касательнымъ *(A)* и *(B)*. Это есть діаметръ, сопряженный съ касательной плоскостію

$$Dx + Ey + Fz + G = 0.$$

§ 3.

Сѣченіе параболоида плоскостію

$$Dx + Ey + Fz + G = h \ldots\ldots\ (10)$$

есть коническое сѣченіе, опредѣляемое совокупностію уравненія (10) и уравненія

$$(ax + by + cz)^2 + (b'y + c'z)^2 + h = 0 \ldots\ldots\ (11),$$

гдѣ

$$z = \frac{h - Dx - Ey - G}{F}.$$

Координаты центра этого коническаго сѣченія опредѣляются изъ ур. (10) и уравненій

$$(ax+by+cz)\left(a-\frac{cD}{F}\right)-(b'y+c_iz)\frac{c'D}{F}=0,$$

$$(ax+by+cz)\left(b-\frac{cE}{F}\right)+(b'y+c'z)\left(b'-\frac{c'E}{F}\right)=0.$$

Отсюда слѣдуетъ, что геометрическое мѣсто центровъ всѣхъ коническихъ сѣченій, параллельныхъ плоскости

$$Dx+Ey+Fz+G=0,$$

есть прямая (8), (9).

§ 4.

Будемъ теперь искать условій, чтобы касательная плоскость была перпендикулярна къ сопряженному съ нею діаметру. Вводимъ пераметры k и l; получимъ

$$(ax+by+cz+k)^2+(b'y+c'z+l)+(D-2ak)\,x+(E-2bk-2b'l)\,y+$$
$$+(F-2ck-2c'l)\,z+G-k^2-l^2=0.$$

Надо чтобы прямая

$$ax+by+cz+k=0;\ b'y+c'z+l=0\ \ldots\ldots\ldots\ (12)$$

была перпендикулярна къ плоскости

$$(D-2ak)\,x+(E-2bk-2b'l)\,y+(F-2ck-2c'l)\,z+G-k^2-l^2=0$$

Изъ (12) имѣемъ

$$y=-\frac{c'}{b'}z-\frac{l}{b};\ x=\frac{bc'-cb'}{ab'}z+\frac{bl}{ab'},$$

$$y=-\frac{al'}{ab'}z-\frac{l}{b'};\ x=\frac{bc'-cb'}{ab'}z+\frac{bl}{ab'}.$$

Значитъ

$$\frac{D-2ak}{bc'-cb'}=\frac{E-2bk-2b'l}{-ac'}=\frac{F-2ck-2c'l}{1}.\ (13)$$

Отсюда и найдутся k и l.

Прямая (12), гдѣ k и l удовлетворяютъ (13), называется осью симетріи параболоида

§ 5.

Дается поверхность

$$(5x+2y+3z)^2-(3y+2z)^2+10\,(x+2y-3z-4)=0$$

Касательная плоскость

$$x+2y+3z-4=0$$

перпендикулярна къ діаметру

$$5x+2y+3z=0,\ 3y+2z=0;$$

поэтому сей послѣдній есть *ось симетріи*.

Проведемъ черезъ ось симетріи двѣ произвольныя, взаимно перпендикулярныя плоскости:

$$(5x+2y+3z)+\ (3y+2z)=0 \ldots\ldots\ldots\ (14)$$
$$(5x+2y+3z)-2\,(3y+2z)=0 \ldots\ldots\ldots\ (15)$$

Возьмемъ (14) за плоскость xz, а (15) за плоскость xy. Имѣемъ

$$Y=\frac{x+y+z}{\sqrt{3}},\ \ x+y+z=Y\sqrt{3},$$

$$Z=\frac{5x-4y-z}{\sqrt{42}},\ \ 5x-4y-z=Z\sqrt{42}.$$

Имѣемъ

$$(5x+2y+3z)+(3y+2z)=5\sqrt{3}\,.\,Y,$$
$$(5x+2y+3z)-2(3y+2z)=\sqrt{42}\,.\,Z;$$

отсюда

$$3y+2z=\frac{5\sqrt{3}}{3}Y-\frac{\sqrt{42}}{3}Z,$$

$$5x+2y+3z=\frac{10\sqrt{3}}{3}Y+\frac{\sqrt{42}}{3}Z.$$

Возьмемъ

$$x+2y+3z-4=0$$

за плоскость YZ; тогда

$$x+2y+3z-4=\sqrt{14}\ X.$$

Уравненіе поверхности будетъ

$$\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}Y+\frac{\sqrt{42}}{3}Z\right)^2-\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}Y-\frac{\sqrt{42}}{3}Z\right)^2+10\sqrt{14}\ X=0,$$

или

$$(10Y+\sqrt{14}\ Z)^2-(5Y-\sqrt{14}\ Z)^2+30\sqrt{14}\ X=0;$$

или

$$75Y^2+30\sqrt{14}\ YZ+30\sqrt{14}\ X=0,$$
$$5Y^2+30\sqrt{14}\ YZ+2\sqrt{14}\ X=0.$$
$$A'+C'=5;\ A'C'=-14,$$
$$t^2-5t-14=0,$$
$$t=\frac{5}{2}\pm\sqrt{\frac{25}{4}+\frac{56}{4}}=\frac{5\pm 9}{2};$$
$$A'=7,\ C'=-2;$$
$$7\eta^2-2\zeta^2+2\sqrt{14}\,\xi=0.$$

И. Долбня.

225

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Родной языкъ въ средней школѣ у насъ и въ западной Европѣ.

Разсматривая учебные планы нашихъ гимназій за прошлое столѣтіе, мы не находимъ среди поименованныхъ учебныхъ предметовъ русскаго языка. Мало того, родной языкъ не только не являлся спеціальнымъ предметомъ преподаванія, но даже и многія другія отрасли знанія преподавались на французскомъ или нѣмецкомъ языкѣ. Такъ въ Московской гимназіи въ 1757 году изъ 36 учителей 21 были иностранцы, и лишь 15 преподавало по-русски.

Въ программахъ 1804 года встрѣчается среди учебныхъ предметовъ, преподаваемыхъ въ гимназіи, «философія (логика, всеобщая грамматика и нравоученіе) и изящныя науки (эстетика и риторика)», но опять-таки уроки, спеціально посвященные родному языку, отсутствуютъ.

Лишь въ 1828 году, когда основаніями составленія программъ было признано: 1) что воспитаніе народное во всей Имперіи, несмотря на разность вѣры и языковъ, должно быть чисто русское, и 2) что русскій языкъ должно поставить главнымъ предметомъ ученья, мы находимъ въ числѣ предметовъ преподаванія «россійскую грамматику и словесность», на которыя въ семиклассной гимназіи было отведено $34^1/_2$ часа въ недѣлю. Это количество недѣльныхъ часовъ приблизительно сохранилось и при послѣдующихъ измѣненіяхъ программъ гимназій.

Замѣтка по поводу одной тригонометрической теоремы.

Въ классическомъ руководствѣ Serret по тригонометріи доказывается превосходная теорема: «Разность между дугою первой четверти окружности и ея синусомъ меньше шестой части куба дуги». Теорема эта, сколько мнѣ извѣстно, въ другихъ учебникахъ не воспроизводится. Происходитъ это, вѣроятно, вслѣдствіе неосновательнаго опасенія, что учащіеся будутъ затруднены теоремой *Serret* и притомъ затруднены, по мнѣнію нашихъ авторовъ, безъ крайней нужды. Принимая во вниманіе, что существенной частію нашего элементарнаго курса являются задачи, для обладанія которыми учащіеся запоминаютъ массу не всегда важныхъ формулъ, казалось бы, что теорема, о которой мы говоримъ, могла бы войти хотя бы въ составъ обязательныхъ упражненій. Упорное же игнорированіе весьма важной теоремы находитъ себѣ объясненіе въ томъ, что немногіе изъ нашихъ педагоговъ понимаютъ всю ея значительность. Теорема Serret даетъ самую точную разность между дугою и ея синусомъ, если ограничить приближеніе кубомъ дуги. Другими словами: никакой другой частію куба дуги, кромѣ одной шестой, нельзя выразить предѣла дѣлаемой ошибки при вычисленіи синуса посредствомъ дуги.

И если мы будемъ искать предѣлъ разности между дугою и синусомъ при помощи совсѣмъ другихъ формулъ, чѣмъ это дѣлаетъ Serret, то получимъ тотъ же самый результатъ безъ

малѣйшихъ натяжекъ, такъ сказать—закрывши глаза. Чтобы въ этомъ убѣдиться возьмемъ формулу

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a,$$

или

$$\sin 2a = 2 \sin a - 4 \sin a \sin^2 \frac{a}{2}.$$

Замѣняя здѣсь a черезъ $\frac{a}{2}$, получимъ

$$\sin a = 2 \sin \frac{a}{2} - 4 \sin \frac{a}{2} \sin^2 \frac{a}{2^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Замѣняя здѣсь a черезъ $\frac{a}{2}$ и умножая послѣ этого обѣ части на 2, получимъ

$$2 \sin \frac{a}{2} = 2^2 \sin \frac{a}{2^2} - 4 \,.\, 2 \,.\, \sin \frac{a}{2^2} \sin^2 \frac{a}{2^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Подобнымъ же образомъ составится рядъ тождествъ

$$2^2 \sin \frac{a}{2^2} = 2^3 \sin \frac{a}{2^3} - 4 \,.\, 2^2 \sin \frac{a}{2^3} \sin^2 \frac{a}{2^4} \quad . \quad . \quad . \quad (3),$$

$$\left.\begin{array}{l} 2^3 \sin \frac{a}{2^3} = 2^4 \sin \frac{a}{2^4} - 4 \,.\, 2^3 \sin \frac{a}{2^4} \sin^2 \frac{a}{2^5} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ 2^{n-1} \sin \frac{a}{2^{n-1}} = 2^n \sin \frac{a}{2^n} - 4 \,.\, 2^{n-1} \sin \frac{a}{2^n} \sin^2 \frac{a}{2^{n+1}} \end{array}\right\} \quad . \quad (4)$$

Складывая (1), (2), (3), (4), получимъ

$$\sin a = 2^n \sin \frac{a}{2^n} - 4 \left\{ \sin \frac{a}{2} \sin^2 \frac{a}{2^2} + 2 \sin \frac{a}{2^2} \sin^2 \frac{a}{2^3} + \right.$$
$$\left. + 2^2 \sin \frac{a}{2^3} \sin^2 \frac{a}{2^4} + \ldots + 2^{n-1} \sin \frac{a}{2^n} \sin^2 \frac{a}{2^{n+1}} \right\}.$$

Если $n = \infty$, то

$$\lim 2^n \sin \frac{a}{2^n} = \lim a \,.\, \frac{\sin \frac{a}{2^n}}{\frac{a}{2^n}} = a.$$

Тогда будетъ

$$a - \sin a = 4 \left\{ \sin \frac{a}{2} \sin^2 \frac{a}{2^2} + 2 \sin \frac{a}{2^2} \sin^2 \frac{a}{2^3} + 2^2 \sin \frac{a}{2^3} \sin^2 \frac{a}{2^4} + \ldots + \right.$$
$$\left. + 2^{n-1} \sin \frac{a}{2^n} \sin^2 \frac{a}{2^{n+1}} \right\}_{n = \infty}$$

Замѣняя въ правой части каждый синусъ его дугою, получимъ неравенство

$$a - \sin a < \frac{4a^3}{2^5}\left\{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots\right\},$$

$$a - \sin a < \frac{4a^3 . 4.}{2^5 . 3},$$

$$a - \sin a < \frac{a^3}{6}.$$

И. Долбня.

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Изъ уроковъ по теоріи словесности [1]).

Народныя былины и историческія пѣсни.

Есть одна замѣчательная особенность въ народныхъ обрядныхъ пѣсняхъ, проливающая яркій свѣтъ на происхожденіе основныхъ формъ или такъ называемыхъ родовъ поэзіи. По существу своему это пѣсни лирическія, но въ нихъ уже есть зачатки драмы и эпоса. Пояснимъ это примѣрами. Въ одной весенней пѣснѣ подъ названіемъ «Воробышекъ» хоръ поетъ:

„Скажи, скажи, воробышекъ, какъ дѣвушки ходятъ?
Онѣ этакъ и вотъ этакъ:
Туды глядь, сюды глядь,
Гдѣ молодцы сидятъ".

Затѣмъ хоръ спрашиваетъ, какъ молодцы, старушки, злые люди ходятъ. Хороводникъ (воробышекъ), стоящій внутри круга поющихъ, сообразно съ словами пѣсни изображаетъ посредствомъ тѣлодвиженій разные характеры людей. Это то же самое, что дѣлается у насъ на сценѣ. Иногда же въ формѣ обрядной пѣсни мы имѣемъ разсказъ о какомъ-нибудь происшествіи. Такъ, въ одной колядкѣ изображается жилище хозяина—дворъ, во дворѣ

[1]) См. Пед. Сб. 1898. № 2 и 3.

О наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ.

1) Вопросы о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ давно уже начали входить въ область элементарнаго преподаванія. Почти во всѣхъ подробныхъ курсахъ алгебры, не только переводныхъ, но и оригинальныхъ, русскихъ, этотъ вопросъ такъ или иначе трактуется. Множество интересныхъ геометрическихъ задачъ находится въ зависимости отъ бо́льшаго или меньшаго совершенства алгебраической теоріи maxima и minima. Теорія эта еще далека отъ совершенства, допускаетъ многія важныя развитія и, по существу своему, можетъ быть поставлена въ полную независимость отъ общей аналитической теоріи maxima и minima, излагаемой обыкновенно въ курсахъ дифференціальнаго исчисленія. Право алгебраической теоріи на самостоятельное существованіе основано на томъ, что теорія эта захватываетъ вполнѣ опредѣленный и весьма характерный кругъ вопросовъ,—вопросовъ, которые приводятъ къ рѣшенію полнаго квадратнаго уравненія. Справедливость требуетъ удостовѣрить, что вопросы эти наиболѣе важны въ практическомъ отношеніи. Хотя въ настоящее время въ нашихъ среднихъ школахъ возобладало понятное движеніе, имѣющее цѣлью сократить программы преподаванія, но мы думаемъ что вожделѣнія эти недолговѣчны, и близокъ часъ, когда намъ придется руководствоваться западными образцами, гдѣ область элементарнаго преподаванія непрерывно расширяется.

2) Въ настоящей статьѣ мы намѣрены изслѣдовать совершенно новый вопросъ о maxima и minima, еще ни разу не за-

тронутый въ литературѣ. Вопросъ, о которомъ мы желаемъ поговорить, является, какъ видно будетъ ниже, естественнымъ шагомъ впередъ сравнительно съ нынѣ дѣйствующей теоріей.

Въ настоящее время въ элементарной алгебрѣ изучаютъ лишь условія, при которыхъ квадратный полиномъ

$$y = ax^2 + bx + c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

дѣлается *maximum* или *minimum*.

Понятно, что уравненіе (1) есть только частный случай уравненія

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Предлагаемъ поэтому болѣе общую задачу: изыскать условія, при которыхъ y будетъ *maximum* или *minimum*, если y опредѣляется уравненіемъ (2). Чтобы рѣшить этотъ вопросъ опредѣлимъ x изъ уравненія (2). Имѣемъ

$$Ax^2 + (By + D)\,x + (Cy^2 + Ey + F) = 0,$$

$$x = \frac{-(By + D) \pm \sqrt{(By + D)^2 - 4A\,(Cy^2 + Ey + F)}}{2A.}$$

Для того, чтобы x было вещественно, необходимо имѣть

$$(By + D)^2 - 4A\,(Cy^2 + Ey + F) > 0,$$

или

$$(B^2 - 4AC)\,y^2 + 2\,(BD - 2AE)\,y + D^2 - 4AF > 0. \quad . \quad (3)$$

Будемъ различать три случая:

1) $B^2 - 4AC > 0$, 2) $B^2 - 4AC < 0$, 3) $B^2 - 4AC = 0$.

3) *Первый случай.* Если

$$B^2 - 4AC > 0,$$

то полиномъ (3) не имѣетъ *maximum*, т.-е., съ возрастаніемъ y до $\pm\infty$, полиномъ (3) возрастаетъ до $+\infty$; неравенство (3) при этомъ удовлетворяется. Слѣдовательно y можетъ измѣняться до $+\infty$ и до $-\infty$. Но отсюда еще нельзя заключать, что y способенъ пройти черезъ всѣ вещественныя значенія между $-\infty$ и $+\infty$. Чтобы опредѣлить предѣлы, отъ которыхъ начнется измѣненіе y до $+\infty$ съ одной стороны и до $-\infty$ съ другой, изслѣдуемъ полиномъ (3)

$$X = (B^2 - 4AC)\,y^2 + 2\,(BD - 2AE)\;y + D^2 - 4AF \quad . \quad (4)$$

Умножая обѣ части (4) на

$$B^2-4AC,$$

получимъ

$$(B^2-4AC)\,X=(B^2-4AC)^2\,y^2+2y\,(B^2-4AC)\,(BD-2AE)+$$
$$+(B^2-4AC)\,(D^2-4AF).$$

Отсюда легко вывести

$$X=\frac{1}{B^2-4AC}\Big[(B^2-4AC)\,y+BD-2AE\Big]^2+$$
$$+\frac{(B^2-4AC)(D^2-4AF)-(BD-2AE)^2}{B^2-4AC}\quad . \; . \; . \quad (5).$$

Изъ формы (5) видно, что наименьшее значеніе X опредѣляется формулою

$$\frac{(B^2-4AC)\,(D^2-4AF)-(BD-2AE)^2}{B^2-4AC}\quad . \; . \; . \quad (6).$$

а) Если окажется, что

$$\frac{B^2-4AC)\,(D^2-4AF)-(BD-(AE)^2}{B^2-4AC}>0,$$

то предѣльное значеніе y найдется изъ условія

$$(B^2-4AC)\,y+BD-2AE=0.$$

Отсюда

$$y=\frac{BD-2AE}{4AC-B^2}.$$

Начиная съ этого предѣла, y способенъ возрастать до $+\infty$ и убывать до $-\infty$. Въ этомъ случаѣ y не имѣетъ ни *maximum*, ни *minimum*.

б) Если окажется, что

$$(B^2-4AC)\,(D^2-4AF)-(BD-2AE)<0,$$

то полиномъ X обладаетъ способностью обращаться въ нуль. А потому предѣлы, отъ которыхъ начинается измѣненіе y, найдутся изъ уравненія

$$X=0,$$

т.-е.

$$(B^2-4AC)\,y^2+2\,(BD-2AE)\,y+D^2-4AF=0.$$

Называя корни этого уравненія черезъ

$$\alpha>\beta,$$

мы должны разобрать измѣненіе X съ измѣненіемъ y между предѣлами

$$+\infty\ldots\alpha\ldots\beta\ldots-\infty.$$

Въ первомъ промежуткѣ $X > 0$; при $y = \alpha$ полиномъ X обращается въ нуль, мѣняя знакъ, а потому во второмъ промежуткѣ $X < 0$; при $y = \beta$ полиномъ X опять обращается въ нуль, мѣняя знакъ; поэтому, въ третьемъ промежуткѣ $X > 0$.

Отсюда слѣдуетъ, что y можетъ измѣняться только отъ α до $+\infty$ и отъ β до $-\infty$.

Въ этомъ случаѣ y имѣетъ два minimum'a:

$$y = \alpha\,, y = \beta.$$

4. *Второй случай*. Если

$$B^2 - 4AC < 0.$$

Въ этомъ случаѣ X можетъ уменьшаться до $-\infty$, т.-е. не имѣетъ minimum; но зато имѣетъ maximum. Для нахожденія этого послѣдняго даемъ X форму (5), изъ которой видимъ, что искомый maximum опредѣляется формулой

$$\frac{(B^2 - 4AC)(D^2 - 4AF) - (BD - 2AE)^2}{B^2 - 4AC} \quad . \; . \; . \; . \quad (6).$$

Мы должны различать два случая:

а) Найденный maximum (6) есть величина отрицательная, т.-е.

$$(B^2 - 4AC)(D^2 - 4AF) - (BD - 2AE)^2 > 0$$

Въ этомъ случаѣ полиномъ X всегда отрицателенъ; а потому уравненіе (2) не удовлетворяется никакими вещественными величинами для x и y. Слѣдовательно, не можетъ быть и рѣчи о какихъ бы то ни было вещественныхъ значеніяхъ для y.

б) Найденный для X maximum (6) есть величина положительная, т.-е. имѣетъ мѣсто неравенство

$$(B^2 - 4AC)(D^2 - 4AF) - (BD - 2AE)^2 < 0.$$

Въ этомъ случаѣ полиномъ X обладаетъ способностью обращаться въ нуль. Рѣшая уравненіе

$$X = 0$$

и называя корни его черезъ

$$\alpha > \beta,$$

заставимъ y измѣняться между предѣлами

$$+\infty \ldots \alpha \ldots \beta \ldots -\infty.$$

Въ первомъ промежуткѣ X есть величина отрицательная; при $y=\alpha$ полиномъ X обращается въ нуль, мѣняя знакъ; а потому во второмъ промежуткѣ $X>0$.

При $y=\beta$ полиномъ X опять обращается въ нуль, мѣняя знакъ, а потому въ третьемъ промежуткѣ $X<0$.

Отсюда слѣдуетъ, что y можетъ принимать только значенія, опредѣляемыя неравенствомъ

$$\beta<y<\alpha.$$

Слѣдовательно minimum y есть α, а maximum β.

5. *Третій случай.* Если

$$B^2-4AC=0.$$

Въ этомъ случаѣ неравенство (3) принимаетъ форму

$$2(BD-2AE)y+D^2-4AF>0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Этому условію можно всегда удовлетворить; и предѣльное значеніе y получится изъ уравненія

$$2(BD-2AE)y+D^2-4AF=0.$$

Имѣемъ

$$y=\frac{4AF-D^2}{2(BD-2AE)}.$$

Значеніе это будетъ либо maximum, либо minimum.

Таблица изслѣдованія.

I. $B^2-4AC>0$	$(B^2-4AC)(D^2-4AF)-(BD-2AE)^2>0$ y не имѣетъ ни maximum, ни minimum. $(B^2-4AC)(D^2-4AF)-(BD-2AE)^2<0$. y имѣетъ два minimum'а, изъ которыхъ меньшій есть minimum minimorum.
II. $B^2-4AC<0$	$(B^2-4AC)(D^2-4AF)-(BD-2AE)^2>0$. y не способенъ принимать никакихъ вещественныхъ значеній $(B^2-4AC)(D^2-4AF)-(BD-2AE)^2<0$. y имѣетъ и maximum, и minimum.

III. $B^2-4AC=0$. Въ этомъ случаѣ y имѣетъ либо только maximum, либо только minimum.

Примѣчаніе. Выраженіе

$$(B^2-4AC)(D^2-4AF)-(BD-2AE)^2=$$
$$4A\left\{4ACF-CD^2-B^2F+BDE-AE^2\right\}=$$
$$=2A.\begin{vmatrix} 2A, & B, & D \\ B, & 2C, & E \\ D, & E, & 2F \end{vmatrix}.$$

Выраженіе это есть, очевидно, половина дискриминанта урав. (2) [1].

Изложенное здѣсь изслѣдованіе допускаетъ весьма изящную геометрическую интерпретацію; но распространяться по этому поводу, хотя и весьма интересному, я не имѣю желанія; ибо съ одной стороны аналитическая геометрія проходится, вообще говоря, въ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ, а во-вторыхъ, размѣры настоящей статьи вышли бы очень значительны. Каждый понимаетъ, что по возбужденному вопросу можно написать не журнальную статью, а цѣлое сочиненіе.

И. Долбня.

[1]) См. Пед. Сборн., 1886, № 6.

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

„Дума" Лермонтова. 1838 года.

Разборъ произведенія [1]).

Стихотвореніе «Дума» Галаховъ называетъ «*прекраснымъ въ отношеніи поэтическомъ, но невѣрнымъ по отношенію къ истинѣ*»: по его мнѣнію, «мы не могли изсушить умъ наукою»—у насъ мало науки. Мнѣніе Галахова повторяютъ и другіе. Не соглашаясь съ мнѣніемъ авторитетнаго составителя учебника, я предполагаю, не выходя изъ предѣловъ программы, показать, что состояніе современнаго Лермонтову общества было именно таково, какимъ рисуетъ его поэтъ въ своей сатирѣ, что «прекрасное въ отношеніи поэтическомъ» произведеніе вѣрно и «по отношенію къ истинѣ»; иначе оно не могло быть прекраснымъ: всякая ложь безобразна. По мнѣнію Бѣлинскаго, художественныя изображенія должны быть правдивы—въ этомъ и состоитъ художественная красота.

Все произведеніе состоитъ изъ четырехъ частей: кратко выраженное въ первой части, развито въ трехъ остальныхъ. Въ первой части сжато выраженъ взглядъ поэта на современное

[1]) Принятый способъ разбора даетъ возможность освѣжить въ памяти содержаніе другихъ произведеній.

Замѣтка о наименьшемъ кратномъ.

Съ прискорбіемъ можно констатировать чрезвычайную бѣдность нашей литературы по вопросамъ школьной практики. Почему-то всѣ увѣрены, что въ научномъ и методическомъ отношеніи элементарная математика обработана окончательно; полагаютъ, что въ этой области обученія нѣтъ жгучихъ, спорныхъ вопросовъ, что всѣ учебники «сшиты на одну колодку» и что поэтому относительное ихъ достоинство опредѣляется болѣе или менѣе удачнымъ расположеніемъ матеріала, или болѣе или менѣе умѣлымъ изложеніемъ истинъ, давно извѣстныхъ и твердо установленныхъ. Я уже много разъ писалъ по этому вопросу и много разъ доказывалъ всю неосновательность ходячихъ мнѣній.

Бѣдность нашей литературы, банальность нашихъ учебниковъ, косность нашей школы зависятъ отъ другихъ причинъ, столько же трудно устранимыхъ, какъ и прискорбныхъ. Особенно плохо поставлено у насъ преподаваніе ариѳметики: мы не доросли еще до того, чтобы наша молодежь, получающая аттестаты зрѣлости, возвышалась надъ уровнемъ «лавочной ариѳметики». Грустную картину представляетъ экзаменъ по ариѳметикѣ, когда сотни молодыхъ людей добиваются поступленія въ высшія учебныя заведенія. Ученикъ не понимаетъ экзаменатора, ибо въ теченіе школьнаго періода онъ не научился отличать *объясненія* отъ *доказательства*. Экзаменаторъ чувствуетъ, что ученикъ есть жертва плохой школы и плохихъ учебниковъ. Справедливость побуждаетъ насъ горячо протестовать противъ тѣхъ обвиненій, которыя въ такомъ изобиліи

привыкли сыпать на главы учителей. Можетъ быть, ни въ одной странѣ нѣтъ учителей, столь преданныхъ своему дѣлу и столь искренно стремящихся къ самоусовершенствованію. На каждомъ Съѣздѣ Естествоиспытателей учителя добиваются учрежденія особой педагогической секціи, гдѣ бы они могли обмѣняться мыслями, подѣлиться опытомъ, заимствовать знанія съ тѣмъ, чтобы работать самостоятельно и найти оцѣнку своихъ трудовъ на слѣдующихъ Съѣздахъ. И хотя численное большинство членовъ состоитъ на каждомъ Съѣздѣ изъ учителей,— имъ не удавалось достигнуть осуществленія своихъ желаній. Очевидно, учителя должны добиваться самостоятельныхъ педагогическихъ съѣздовъ, и мы думаемъ, что этого легко достигнуть, ибо желающихъ очень много; найдется не мало лицъ и учрежденій, готовыхъ взять на себя организаціонныя обязанности. Мы думаемъ, что инициатива въ этомъ дѣлѣ могла бы принадлежать постоянной Комиссіи при Педагогическомъ Музеѣ военно-учебныхъ заведеній.

Я уже нѣсколько разъ отмѣчалъ особенный упадокъ преподаванія ариѳметики въ кадетскихъ корпусахъ,—упадокъ, вызванный изгнаніемъ учебника Серре и водвореніемъ учебника Симашко въ VII классѣ.

Книга Серре, въ превосходномъ переводѣ Гутора, была выпровожена изъ кадетскихъ корпусовъ съ большими почестями, ибо нельзя же было не преклониться передъ превосходнымъ трудомъ одного изъ лучшихъ мастеровъ учебной математической литературы во всемъ свѣтѣ. Внѣшнимъ мотивомъ изгнанія ариѳметики Серре служило стремленіе къ единству преподаванія въ младшихъ и старшихъ классахъ: «чѣмъ, дескать, ушибся, тѣмъ и лѣчись». Въ маленькомъ возрастѣ мальчикъ учился по Симашко и ничего не понималъ, слѣдовательно, въ VII классѣ юноша долженъ прочесть ту же книгу, чтобы ее, наконецъ, понять: точно книга Симашко не учебникъ ариѳметики, а классическое сочиненіе.

Торжество ариѳметики Симашко есть торжество доктрины надъ доктриной. Это легко доказать. Въ самомъ дѣлѣ, долгое

время находили нужнымъ строго разграничивать элементарное преподаваніе отъ систематическаго и за эту систему распинались, считая таковую аксіомой. Система эта, благодаря новизнѣ, иноземному происхожденію и таланту своихъ послѣдователей (особенно Евтушевскаго) долго держалась въ кадетскихъ корпусахъ. Измѣнились времена, измѣнились и доктрины. Вотъ почему Симашко вытѣснилъ Серре; логическихъ же основаній для такой странной побѣды нѣтъ, ибо ихъ не можетъ быть.

Самое больное мѣсто нашихъ рекомендованныхъ руководствъ —это тотъ отдѣлъ ариѳметики, на которомъ основано отысканіе общаго наименьшаго кратнаго и общаго наибольшаго дѣлителя. Издавна излагаютъ эти теоріи съ двоякой точки зрѣнія: одна метода основана на извѣстномъ способѣ отысканія общаго наибольшаго дѣлителя послѣдовательнымъ дѣленіемъ, а другая—на разложеніи чиселъ на первоначальныхъ множителей. Эта послѣдняя метода почитается особенно удобной для элементарнаго преподаванія. Педагоги полагаютъ, что разложеніе на первоначальныхъ множителей даетъ ученику *наглядное* понятіе о составѣ данныхъ чиселъ, а слѣдовательно и о составѣ наименьшаго кратнаго. Но сколь проста эта метода въ примѣненіи, столько же трудна (для начинающихъ) въ обоснованіи. Мнѣ кажется, учителя могли бы трактовать этотъ вопросъ гораздо лучше по слѣдующей методѣ, которая одинаково примѣнима и въ младшемъ и въ старшемъ возрастѣ. Положимъ, что у меня маленькіе ученики, и я хочу показать имъ, какъ отыскивается наименьшее кратное нѣсколькихъ данныхъ чиселъ (небольшихъ), напр.:

24, 36, 60.

Пишу рядъ чиселъ

24, 48, 72,...,

кратныхъ 24. Ищу въ этомъ рядѣ наименьшее число кратное 36. Такое число 72 будетъ наименьшимъ кратнымъ 24 и 36. Это не только ясно, но и строго доказательно, очевидно. Пишу далѣе рядъ чиселъ

72, 144, 216, 288, 360,...,

кратныхъ 72. Наименьшее изъ чиселъ этого ряда, кратное 60, есть число 360; число это и есть общее наименьшее кратное данныхъ чиселъ

$$24,\ 36,\ 60.$$

Положимъ теперь, что ту же теорію нужно преподать старшимъ ученикамъ. Объясненіе будетъ выполнено въ томъ же духѣ и слѣдующимъ образомъ.

Дается рядъ цѣлыхъ чиселъ

$$a,\ b,\ c,\ e, \ldots$$

Требуется найти ихъ наименьшее кратное.

Пишу рядъ чиселъ

$$a,\ 2a,\ 3a, \ldots \alpha a, \ldots,$$

кратныхъ a. Пусть наименьшій членъ этого ряда, кратный b, есть αa; тогда ясно, что

$$\alpha a = \beta b,$$

гдѣ β цѣлое число. Ясно, что α и β первыя между собою. Ибо допуская, что

$$\alpha = i\alpha',$$
$$\beta = i\beta',$$

гдѣ α', β', i — цѣлыя числа, имѣемъ

$$i\alpha' a = i\beta' b,$$

откуда

$$\alpha' a = \beta' b.$$

Число $\alpha' a$, будучи меньше αa, оказывается кратнымъ b, что противорѣчитъ заданію. И такъ

$$\alpha a = \beta b,$$

будучи наименьшимъ кратнымъ a и b, даетъ коеффиціенты

$$\alpha \text{ и } \beta$$

первые между собою.

Составимъ теперь рядъ чиселъ

$$\alpha a,\ 2\alpha a,\ 3\alpha a, \ldots \varsigma\alpha a, \ldots,$$

кратныхъ a и b. Пусть наименьшій членъ этого ряда, кратный c, есть

$$\varsigma\alpha a;$$

тогда ясно, что

$$\varsigma\alpha a = ka = lb = mc.$$

Это число есть наименьшее кратное a, b, c. Множители k, l, m первые между собою, ибо допуская, что

$$k = \pi k',$$
$$l = \pi l',$$
$$m = \pi m',$$

получимъ

$$k'a = l'b = m'c.$$

Число

$$k'a = l'b = m'c,$$

очевидно, кратное

$$a,\ b,\ c$$

и въ π разъ меньше

$$\varsigma\alpha a,$$

слѣдовательно въ рядѣ чиселъ

$$\alpha a,\ 2\alpha a,\ 3\alpha a, \ldots \varsigma\alpha a$$

встрѣтится раньше, чѣмъ

$$\varsigma\alpha a,$$

чего не можетъ быть.

Не останавливаюсь на дальнѣйшихъ подробностяхъ.

И. П. Долбня.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

издаваемый

при Главномъ Управленіи Военно-Учебныхъ Заведеній.



ИЗЪ БИБЛІОТЕКИ С.П. БУРГСКОЙ ДУХОВНОЙ АКАДЕМІИ

ОКТЯБРЬ—1899

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.

СОДЕРЖАНІЕ:

Часть офиціальная.

стр.

Открытіе кад. корпусовъ въ Варшавѣ и Одессѣ 97

Приказъ по военно-учебнымъ заведеніямъ, № 77 113

Часть неофиціальная.

Устныя сочиненія: V классъ. *А. Барсова* 253

Недочеты въ курсѣ тригонометріи кад. корпусовъ. *Н. Оссовскій* 272

Объ одной любопытной алгебраической задачѣ. *И. Долбня* . 280

Обзоръ дѣтскихъ книгъ за 1898 г. Окончаніе *М. В. Соболева* . 282

Примѣненіе метода критики чистаго опыта Авенаріуса къ опредѣленію мѣры силъ при умственномъ напряженіи, ученика и къ составленію діаграммы школьнаго режима. Глава I. *А. П. Аргамакова* . 294

Упражненія для учениковъ. *А. Гольденберга*. 320

Рефераты. О необходимости и значеніи общаго образованія. 322

Аѳинскія школы V вѣка. Изъ соч. А. Трачевскаго . . 326

Критика и библіографія:

Сумерки просвѣщенія. В. Розанова. 332

Ц. Балталона. Пособіе для литературныхъ бесѣдъ и письменныхъ работъ. 341

Краткій практическій курсъ геом. черченія и землемѣрія В. Карнакова. *Вл. Шидловскаго* 342

Въ приложеніи:

1) Библіографическій указатель матеріаловъ по исторіи русской школы, № 3.

2) Краткій обзоръ дѣятельности Педаг. Музея за 1898—99 уч. годъ. Листы 1 и 2.

3) Объявленія: I—XVI.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

ОКТЯБРЬ, 1899.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.
1899.

ТИПОГРАФІЯ М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 5. ЛИН. 28
2853

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Устныя сочиненія. V-й классъ.

Упражненія въ первыхъ четырехъ классахъ, названныя у насъ «устными сочиненіями», въ сущности представляютъ только подготовленіе къ сочиненіямъ въ строгомъ смыслѣ, выработку навыка группировать, связывать, разсказывать, отчасти анализировать. Къ V-ому классу ученики, предполагается, достигаютъ такого развитія, при которомъ уже могутъ заниматься сочиненіями въ настоящемъ смыслѣ: подъ руководствомъ учителя извлекаютъ изъ произведеній литературы матеріалъ, нужный для сочиненія по данному плану, присоединяютъ, гдѣ нужно, свѣдѣнія изъ другихъ учебныхъ предметовъ. Чтобы вести дѣло цѣлесообразно, нужно строго опредѣлить участіе въ дѣлѣ учителя, роль и объемъ учебника, работу ученика. Это одинъ изъ важнѣйшихъ вопросовъ; мы не имѣемъ претензіи рѣшить этотъ вопросъ, но только *ставимъ* его и дѣлаемъ посильную *попытку* рѣшить своими статьями объ устныхъ сочиненіяхъ, въ которыхъ указывается, что сообщается учителемъ, что дается учебникомъ и что долженъ сдѣлать ученикъ.

Что лучше—пространный или краткій учебникъ? долженъ ли учитель сообщать много или мало? полезно ли ученику прибѣгать къ обширнымъ «пособіямъ» или ему лучше ограничиться осмысленнымъ чтеніемъ изучаемыхъ произведеній литературы и

Объ одной любопытной алгебраической задачѣ.

Въ сборникѣ алгебраическихъ задачъ И. Верещагина, изд. 1886, на страницѣ 43, помѣщена весьма интересная задача, которая была опубликована профессоромъ Коркинымъ въ № 8, II тома Журнала Элементарной Математики. Въ книгѣ г. Верещагина приводится рѣшеніе этой задачи, которое показалось намъ искусственнымъ и сложнымъ. Принимая во вниманіе, что рѣшеніе уравненій высшихъ степеней, въ тѣхъ случаяхъ, когда оно возможно, не обусловливается никакими правилами, нерѣдко сопряжено съ величайшими затрудненіями и въ огромномъ большинствѣ случаевъ представляется дѣломъ личной сообразительности, я нахожу полезнымъ опубликовать рѣшеніе задачи А. Н. Коркина,—рѣшеніе, которое въ отношеніи простоты и изящества заслуживаетъ вниманія. Дается уравненіе

$$x^2+\frac{a^2x^2}{(a+x)^2}=m^2.$$

Называя

$$\frac{ax}{a+x}=y,$$

имѣемъ

$$x^2+y^2=m^2. \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Кромѣ того

$$xy=\frac{ax^2}{a+x},$$

$$x-y=x-\frac{ax}{a+x}=\frac{x^2}{a+x};$$

слѣдовательно

$$2xy=2a(x-y) \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

Изъ (1) и (2) имѣемъ

$$(x-y)^2 + 2a(x-y) - m^2 = 0;$$

откуда

$$x - y = -a \pm \sqrt{a^2 + m^2} \ldots\ldots (3),$$

$$xy = a\left(-a \pm \sqrt{a^2 + m^2}\right) \ldots\ldots (4).$$

Система, состоящая изъ ур. (3) и (4), есть простѣйшая изъ приводимыхъ къ квадратному уравненію.

И. Долбня.

27 августа 1899.
СПБ.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.



ИЗЪ БИБЛІОТЕКИ С.П.БУРГСКОЙ ДУХОВНОЙ АКАДЕМІИ

ДЕКАБРЬ—1899

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.

СОДЕРЖАНІЕ:

Часть оффиціальная.

стр.
Приказы по военно-учебнымъ заведеніямъ № 81 и 90 . . . 115
Циркуляры по военно-учебнымъ заведеніямъ № 37, 38, 39, 40, 41 и 42 . 117

Часть неоффиціальная.

Воля. Изъ сочиненія С. Sergi „La psychologie physiologique“. *Перев. К. Д.* 463
Новыя попытки научно обосновать необходимость обученія письму прямымъ почеркомъ въ школахъ, д-ра Гельпке. Окончаніе. *А. С. Виренiуса* 481
Нѣсколько словъ о необходимости дальнѣйшаго развитія преобразованій военно-учебныхъ заведеній. *А. Л.* . . 503
Отъ редакціи. (По поводу статьи. А. Л.) 513
Замѣтка о неопредѣленныхъ уравненіяхъ. *И. П. Долбня* . . 518
О видоизмѣненіи характера преподаванія физики и космографіи въ кад. корпусахъ. *Я. И. Ковальскаго.* 521
Рефераты:
Единство въ курсѣ средней школѣ 533
Новые языки во Франкфуртскихъ ср. уч. зав 539
Можно ли обучать правописанію безъ грамматики. (Ст. В. К. Куницкаго). 545
Критика и библіографія:
М. Гюйо. Задачи современной эстетики. Перев. Чудинова В. Я. 547
Э. Тиченеръ. Очерки психологіи 550
В. Метельскій. Исторія образцовыхъ народовъ древности . . 552
Краткія біографіи русскихъ писателей. П. Борзаковскаго . . 555
Альбомъ картинъ по зоологіи млекопитающихъ 556
Настольная книга по народному образованію. Сост. Г. Фальборкомъ и В. Чарнолускимъ. Т. I. 557
Методика начальнаго преподаванія ариѳметики Н. А. Бобровникова. *Вл. Шидловскаго* 558
Объявленія: I—XVI и I—XX.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ

СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

ДЕКАБРЬ, 1899.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.
1899.

ТИПОГРАФІЯ М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 5. ЛИН. 28
2876

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Воля.

(Изъ соч. C. Sergi. «La psychologie physiologique» [1]).

ГЛАВА III.

Детерминизмъ и индетерминизмъ.

43) Произведенный нами анализъ хотѣнія показываетъ, что хотѣніе не отступаетъ отъ естественнаго порядка другихъ психическихъ явленій; и что, какъ во всѣхъ ихъ, хотѣнію предшествуютъ производящія его причины, которыя, какъ и во всякомъ психическомъ явленіи, бываютъ двухъ родовъ: однѣ —причины возбуждающія, другія возбужденныя; первыя называются мотивомъ или причинами опредѣляющими, причинами намѣренія déterminante); совокупность вторыхъ образуетъ характеръ, *èthos*; въ дѣйствительности эти вторыя причины всегда превращаются въ психическую дѣятельность, выливаясь въ форму движенія того или другого характера, зависящаго отъ природы и силы мотива. Мы показали также, что въ промежутокъ времени между мотивомъ и хотѣніемъ происходитъ рядъ психическихъ дѣйствій, начиная съ оцѣнки противоположныхъ мотивовъ и кончая рѣшеніемъ, за которымъ слѣдуетъ

[1]) Окончаніе. Пед. Сб. № 11.

Замѣтка о неопредѣленныхъ уравненіяхъ.

Во всѣхъ учебникахъ элементарной алгебры замѣчается общій недостатокъ: вопросъ о существованіи цѣлыхъ рѣшеній неопредѣленнаго уравненія

$$ax + by = c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

разбирается неудовлетворительно. Въ большинствѣ случаевъ ограничиваются нахожденіемъ *необходимаго* условія возможности цѣлыхъ рѣшеній, не упоминая вовсе о томъ, что найденное *необходимое* условіе въ то же время и *достаточно*. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ *достаточность* необходимаго условія доказывается помощію непрерывныхъ дробей, что сопряжено съ большими дидактическими неудобствами.

Наконецъ, въ одномъ изъ обширныхъ, руководствъ повторяется доказательство, заимствованное изъ «теоріи сравненій» Чебышева. Мнѣ кажется, что это послѣднее доказательство можно до такой степени упростить, что ученики не встрѣтятъ при усвоеніи его никакихъ затрудненій.

Во-первыхъ, очевидно, что можно всегда взять въ уравненіи (1)

$$c < b,$$

или

$$c < a.$$

Если

$$c > b,$$

то

$$c = bq + r,$$

гдѣ

$$r < b,$$

и уравненіе принимаетъ форму

$$ax + by = bq + r,$$

или

$$ax + b\ (y - q) = r.$$

Замѣняя

$$y - q = z,$$

получаемъ новое уравненіе

$$ax + bz = r,$$

гдѣ

$$r < b.$$

Положимъ поэтому въ уравненіи (1)

$$c < b < a.$$

Дѣля члены ряда

$$a,\ a\,.\,2,\ a\,.\,3, \ldots\ a\,(b-1)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (2)$$

на b, мы можемъ получать въ остаткахъ только

$$1,\ 2,\ 3,\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (b-1).$$

Легко удостовѣриться что въ рядѣ остатковъ мы должны получить c; ибо въ противномъ случаѣ мы найдемъ два равныхъ остатка, и легко доказать, что этого не можетъ быть. Въ самомъ дѣлѣ, если бы оказалось, что остатки, соотвѣтствующіе двумъ дѣлимымъ ряда (2), были равны, то разность этихъ дѣлимыхъ вида

$$am,\ m < b,$$

была бы кратною b; но a первое съ b, слѣдовательно вышло бы, что m, будучи меньше b, въ то же время кратное b, чего не можетъ быть.

Пусть поэтому при дѣленіи la на b получается въ остаткѣ c, тогда

$$la = bk + c,$$

гдѣ l и k цѣлыя; значитъ неопредѣленное уравненіе имѣетъ пару цѣлыхъ рѣшеній.

$$x = l,\ y = -k.$$

Эта теорема имѣетъ практическое значеніе. Дается уравненіе

$$8x + 13y = 1000.$$

Имѣемъ

$$1000 = 76 . 13 + 12;$$

слѣдовательно имѣемъ новое уравненіе

$$8x + 13z = 12,$$

гдѣ

$$z = y - 76.$$

Въ рядѣ чиселъ

$$8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, \ldots$$

Имѣемъ число

$$64 = 4. 13 + 12.$$

Поэтому изъ тождества

$$8. 8 - 13. 4 = 12$$

имѣемъ

$$x = 8, \; y = 72.$$

Предлагаемый способъ во многихъ случаяхъ несравненно проще способа послѣдовательнаго дѣленія съ многочисленными

$$t, t', t'', \ldots$$

Классическій способъ не имѣетъ и теоретическаго преимущества, ибо максимальное число испытаній въ точности равно $(b-1)$.

И. Долбня.

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ

СБОРНИКЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

ПРИ

ГЛАВНОМЪ УПРАВЛЕНІИ

ВОЕННО-УЧЕБНЫХЪ ЗАВЕДЕНІЙ.

АВГУСТЪ, 1900.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Типографія М. М. Стасюлевича, Вас. Остр., 5 лин., 28.
1900.

ТИПОГРАФІЯ М. СТАСЮЛЕВИЧА
В. О. 5 ЛИН. 28

2949

II.

ЧАСТЬ НЕОФИЦІАЛЬНАЯ.

Опытъ внѣклассныхъ бесѣдъ съ кадетами о вопросахъ нравственнаго характера.

ЧЕТВЕРТАЯ БЕСѢДА.

О способахъ борьбы съ безволіемъ.

Въ заключительной бесѣдѣ, господа, я намѣренъ указать на тѣ силы, которыми можетъ располагать человѣкъ для борьбы со своею душевною вялостью. Силъ этихъ такъ много и значеніе ихъ въ дѣлѣ воспитанія воли такъ велико, что для полнаго ознакомленія васъ съ ними мнѣ потребовалось бы еще нѣсколько бесѣдъ. Имѣя же въ своемъ распоряженіи только 50 минутъ, я по необходимости долженъ съузить свою задачу, и потому буду говорить главнымъ образомъ только о пріемахъ выработки въ себѣ привычки къ настойчивому и энергичному труду.

Признаю необходимымъ сдѣлать еще одну оговорку. Въ настоящей бесѣдѣ я намѣренъ придерживаться взглядовъ французскаго ученаго Жюля Пэйо, трудъ котораго изданъ въ русскомъ переводѣ Павленковымъ, подъ заглавіемъ «Воспитаніе воли». Къ сочиненію этому могутъ обратиться впослѣдствіи всѣ желающіе узнать больше того, что услышатъ отъ меня сегодня.

Объ одномъ важномъ случаѣ разрѣшимости уравненія четвертой степени.

Предполагаемая статья не относится, собственно говоря, къ элементарной алгебрѣ, хотя и находится съ нею въ ближайшемъ соотношеніи. При рѣшеніи многихъ задачъ, въ особенности на рѣшеніе совокупныхъ квадратныхъ уравненій, приходимъ къ уравненію четвертой степени. Въ этомъ случаѣ, обыкновенно ищутъ новыхъ путей, которые могли бы привести задачу къ квадратнымъ уравненіямъ и, за неотысканіемъ таковыхъ, считаютъ задачу неразрѣшимою средствами элементарной алгебры. Есть наивные люди, думающіе, что съ этими задачами справляется высшая алгебра. Но рѣшеніе уравненія четвертой степени, находимое въ высшей алгебрѣ, не имѣетъ никакого практическаго значенія. Во-первыхъ, я не знаю найдена ли кѣмъ бы то не было радикальная формула для корней уравненія четвертой степени въ окончательномъ видѣ; въ самыхъ подробныхъ курсахъ высшей алгебры указывается только возможность рѣшить уравненіе четвертой степени въ радикалахъ, самое же рѣшеніе не приводится къ окончательному виду. Во-вторыхъ, если бы упомянутая формула и была найдена, то, для рѣшенія задачи она безполезна, ибо ни вычислить, ни построить такой формулы нельзя. До сихъ поръ къ области элементарной алгебры относились два типа разрѣшимыхъ уравненій четвертой степени: уравненія биквадратныя и уравненія возвратныя. Но есть еще одинъ, весьма распространенный случай разрѣшимости уравненія четвертой степени въ квадратныхъ радикалахъ. Случай этотъ

будетъ предметомъ настоящей статьи и можетъ быть выраженъ въ формѣ слѣдующей задачи:

Задача. Дается уравненіе четвертой степени

$$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Разложить лѣвую часть его на два квадратныхъ множителя съ раціональными коэффиціентами, если только такое разложеніе возможно; коэффиціенты

$$p, \ q, \ r, \ s,$$

по заданію, раціональны.

Рѣшеніе. Если уравненіе (1) можетъ быть представлено въ формѣ

$$(x^2 + Ax + B)(x^2 + A'x + B') = 0,$$

гдѣ A, B, A', B' раціональныя числа, то называя корни уравненія (1) черезъ

$$x_1, \ x_2, \ x_3, \ x_4,$$

мы можемъ эти корни выбрать такъ, что будутъ имѣть мѣсто два равенства:

$$x_1 x_2 = B, \ x_3 x_4 = B';$$

значитъ, два произведенія

$$x_1 x_2, \ x_3 x_4$$

будутъ раціональны. Составимъ извѣстную функцію Лагранжа

$$x_1 x_2 + x_3 x_4 = Z$$

изъ этихъ корней. Эта функція имѣетъ только три значенія:

$$x_1 x_2 + x_3 x_4 = z_0,$$
$$x_3 x_2 + x_1 x_4 = z_1,$$
$$x_1 x_3 + x_2 x_4 = z_2.$$

А потому Z есть корень уравненія третьей степени

$$(Z - z_0) \cdot (Z - z_1) \ Z - z_2) = 0),$$

которое легко было бы составить, если бы оно не было составлено давнымъ давно. Уравненіе это будетъ

$$z^3-qz^2+(pr-4s)z-\left\{s(p^2-4q)+r^2\right\}^{1)}=0 \quad . \quad . \quad (2)$$

Уравненіе (2) есть извѣстная резольвента Лагранжа. Такъ какъ

$$x_1x_2,\ x_3x_4$$

суть раціональныя числа, то

$$x_1x_2+x_3x_4=z^0$$

есть *раціональный* корень резольвенты (2); этотъ корень легко найти. Пусть поэтому z_0 будетъ число извѣстное. Тогда имѣемъ два уравненія:

$$z_0=x_1x_2+x_3x_4,$$
$$S=x_1x_2\times x_3x_4,$$

а потому

$$x_1x_2=B,\ x_3x_4=B'$$

найдутся изъ полнаго квадратнаго уравненія

$$t^2-z_0t+s=0.$$

Зная B и B' легко рѣшимъ задачу. Въ самомъ дѣлѣ изъ тождества

$$(x^2+Ax+B)\,(x^2+A'x+B')=x^4+px^3+qx^2+rx+s$$

имѣемъ

$$A+A'=P.$$
$$B+B'+AA'=Q,$$

гдѣ B и B' извѣстны. А потому A и A' найдутся изъ квадратнаго уравненія

$$v^2-pv+(q-B-B')=0.$$

И задача будетъ окончательно рѣшена.

Примѣръ I. Дается уравненіе

$$x^4+23x^3+130x^2+3x-1=0.$$

1) Lerret, „Cours d‘algèbre Supérieure, 1866, t. 2, p. 448.

Резольвента Лагранжа (2) будетъ

$$z^3 - 130z^2 + 65z = 0.$$

Раціональный ея корень есть

$$x_1x_2 + x_3x_4 = 0.$$

Кромѣ того

$$x_1x_2 . x_3x_4 = -1.$$

Значитъ

$$x_1x_2 = 1, \ x_3x_4 = -1.$$

А потому

$$x^4 + 23x^3 + 130x^2 + 3x - 1 = (x^2 + Ax + 1)(x^2 + A'x - 1) = 0.$$

Отсюда имѣемъ

$$A + A' = 23,$$
$$AA' = 130.$$

Слѣдовательно

$$A = 13, \ A' = 10,$$

или

$$A = 10, \ A' = 13.$$

Легко удовлетвориться непосредственнымъ умноженіемъ, что

$$(x^4 + 23x^3 + 130x^2 + 3x - 1) = (x^2 + 10x + 1)(x^2 + 13x - 1).$$

Примѣръ 2. Дается уравненіе

$$x^4 + 18x^3 + 81x^2 + 40x + 3 = 0.$$

Резольвента Лагранжа

$$z^3 - 81z^2 + 708z - 1600 = 0.$$

Раціональный корень резольвенты будетъ

$$x_1x_2 + x_3x_4 = 4.$$

Кромѣ того

$$x_1x_2x_3x_4 = 3.$$

Слѣдовательно

$$x_1x_2 = 3, \ x_3x_4 = 1.$$

Имѣемъ тождество

$$x^4+18x^3+81x^2+40x+3=(x^2+Ax+3)(x^2+A'x+1).$$

Отсюда

$$A+A'=18$$
$$AA'=77;$$

значитъ

$$A=7,\ A'=11.$$

Окончательно

$$(x^4+18x^3+81x^2+40x+3)=(x^2+7x+3)(x^2+11x+1).$$

И. Долбня.

25 марта 1900 г.

№ 2 1902

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКІЙ

ЕЖЕГОДНИКЪ,

ПОСВЯЩЕННЫЙ ВОПРОСАМЪ

МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ, ХИМІИ и АСТРОНОМІИ

ВЪ ЭЛЕМЕНТАРНОМЪ ИЗЛОЖЕНІИ.

Съ 142 рисунками въ текстѣ.

ИЗДАНІЕ КРУЖКА АВТОРОВЪ

„СБОРНИКА ВЪ ПОМОЩЬ САМООБРАЗОВАНІЮ“.

ГОДЪ ВТОРОЙ.

МОСКВА
ТОВАРИЩЕСТВО ТИПОГРАФІИ А. И. МАМОНТОВА
ЛЕОНТЬЕВСКІЙ ПЕР., Д. № 5
1902

ОГЛАВЛЕНІЕ.

1. Оригинальныя статьи.

Стр.

П. Порѣцкій. Изъ области математической логики 1

И. Долбня. Объ алгебраическомъ рѣшеніи уравненій 22

С. Виноградовъ. Основанія ученія о функціяхъ 37

А. Гершунъ. Методъ полосъ (Schlierenmethode) Теплера и его примѣненія . 104

Б. Розинъ. Дѣйствіе на разстояніи 129

В. Митксвичъ. Алюминіевый выпрямитель перемѣннаго тока . . 152

А. Горбовъ. Законъ фазъ 174

М. Коноваловъ. Итоги по химіи за XIX вѣкъ 203

Р. Ліандеръ. Основныя понятія объ электрохимическихъ явленіяхъ. 221

Н. Демьяновъ. Неорганизованные ферменты 231

П. Лесгафтъ. О значеніи физико-математическихъ наукъ при изученіи біологіи . 248

А. А. Кулябко. Электричество въ физіологіи 292

А. Ивановъ. Малыя планеты 315

2. Научная хроника.

Физика. *Б. П. Вейнбергъ.* Первый международный физическій конгрессъ 1900 г. въ Парижѣ. — *Л. Гурвичъ.* О современномъ состояніи безпроволочной телеграфіи и телефоніи. *А. А.* Телеграфонъ Пульсена. *В. Балясный.* Воспроизведеніе смерчей и вихрей. Изслѣдованіе проф. Гезехуса электризаціи при соприкосновеніи 339

Л. Серебряковъ. Замѣтки по астрономіи 374

Ш. Андре. О системѣ, образуемой двойной планетой Эросъ . . . 403

3. Педагогическій отдѣлъ.

Стр.

Н. Леоновъ. О постановкѣ преподаванія физики и химіи въ средней школѣ у насъ и за границей 411

Ѳ. Шведовъ. Лекціонные вѣсы и ихъ употребленіе 423

На Парижской Выставкѣ 1900 г 432

Приборъ для ознакомленія съ законами Кирхгоффа 433

Приборъ для вывѣрки вольтаметровъ 438

Вл. Оболенскій. Нѣсколько лекціонныхъ опытовъ по теплотѣ. . . 439

К. Дубровскій. Опыты по физикѣ. 443

Спектральный волчекъ Пирса. 446

4. Отдѣлъ критико-библіографическій.

А. Генерозовъ. W. Ostwald. Grundlinien der anorganischen Chemie. 461

А. А. La Decombe. La célérite des ebranlemants de l'ether. . . . 463

С. Шохоръ-Троцкій. Курсъ примѣнимой алгебры. 465

С. В. А. П. Охитовичъ. Новый (неопредѣленный) методъ рѣшенія алгебраическихъ уравненій. 469

В. В. Бобынинъ. Felix Muller. Vocabulaire matématique. 471

Histoire des Mathematiques par Jacques Boyer . 474

Histoire abrégée de l'Astronomie par Ernest Lebon. 476

Энциклопедія математическихъ наукъ 477

Eléments de méthodologie mathematique par. M. Dauzat 480

Объ алгебраическомъ рѣшеніи уравненій.

Каждый понимаетъ трудности, сопряженныя съ попыткой сдѣлать популярный очеркъ одной изъ самыхъ отвлеченныхъ частей математики. Рѣшаясь однако сдѣлать, что окажется возможнымъ, я долженъ просить снисхожденія читателей, которые поймутъ, что полная неизвѣстность степени подготовки читателей до крайности затрудняетъ взятую авторомъ задачу. Главнѣйшая, а можетъ быть единственная, задача алгебры—рѣшеніе уравненій. Что касается до уравненій первой степени, то рѣшеніе ихъ можетъ быть выполнено, такъ сказать, арифметическими способами. Вѣроятно не существуетъ задачъ, обычно рѣшаемыхъ посредствомъ уравненія первой степени съ одною неизвѣстною, которыя не могутъ быть рѣшены арифметическими соображеніями. Съ этой точки зрѣнія, можно сказать, что алгебра въ собственномъ смыслѣ начинается съ уравненія второй степени.

$$x^2+px+q=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Эти уравненія обладаютъ замѣчательнымъ, на нашъ взглядъ, свойствомъ, которое въ уравненіяхъ болѣе высокихъ степеней не повторяется. Свойство это заключается въ томъ, что мы обладаемъ не только формулой

$$x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q},$$

опредѣляющей корни уравненія, но мы всегда пользуемся этой формулой

$$x^3 - 3\sqrt[3]{AB}.\, x - (A+B) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Для того, чтобы уравненіе (3) было одинаково съ уравненіемъ (2), нужно A и B выбрать такъ, чтобы было

$$p = -3\sqrt[3]{AB},\quad q = -(A+B),$$

или

$$A + B = -q,$$

$$AB = -\frac{p^3}{27}.$$

Слѣдовательно, A и B суть корни полнаго квадратнаго уравненія

$$t^2 + qt - \frac{p^3}{27} = 0;$$

слѣдовательно,

$$A = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}},\quad B = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}.$$

А потому

$$x = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Вотъ въ какомъ видѣ представляется одинъ изъ трехъ корней кубическаго уравненія (2). Не имѣя возможности останавливаться на под-